
СОДЕРЖАНИЕ

Том 506, номер 1, 2022

Всероссийский аэроакустический форум, 20–25 сентября 2021 года, Геленджик	3
О разделении акустических и гидродинамических переменных в модели звуковых источников турбулентной струи <i>В. Ф. Копьев, С. А. Чернышев</i>	4
О двух подходах к моделированию шума низкоскоростных дозвуковых струй <i>О. П. Бычков, М. Ю. Зайцев, В. Ф. Копьев, Г. А. Фараносов, С. А. Чернышев</i>	16
О вырождении нелинейности в турбулентной системе <i>К. П. Зыбин, А. С. Ильин, А. В. Копьев, В. А. Сирота</i>	26
О вкладе волн неустойчивости в перемежаемость пульсаций скорости турбулентной струи <i>М. А. Юдин, В. Ф. Копьев, С. А. Чернышев, Г. А. Фараносов</i>	31
Развитие начальных возмущений при обтекании незакрепленного цилиндра циркуляционным потоком жидкости с переменной завихренностью <i>М. А. Юдин, В. Ф. Копьев, С. А. Чернышев</i>	39
Снижение шума высокоскоростной струи двигателя сверхзвукового гражданского самолета по результатам акустических испытаний модели плоского сопла в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ <i>И. В. Беляев, В. С. Горбовской, А. В. Кажан, Г. А. Фараносов</i>	47
Исследование влияния угла установки крыла на характеристики рассеяния ближнего гидродинамического поля турбулентной струи <i>О. П. Бычков, Г. А. Фараносов</i>	57
Об определении аэродинамического шума основных элементов натурного самолета с использованием многомикрофонной антенны и алгоритмов бимформинга <i>В. Ф. Копьев, М. Ю. Зайцев, С. А. Величко, А. В. Долотовский, В. И. Шевяков</i>	68
Испытания маломасштабного шасси регионального самолета в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ и сравнение с результатами летного эксперимента <i>И. В. Беляев, В. Ф. Копьев, М. Ю. Зайцев, Н. Н. Остриков</i>	82
Сравнительное исследование методов извлечения импеданса на различных установках типа “Интерферометр с потоком”, выполненное по результатам анализа экспериментальных данных, полученных в рамках проекта IFAR <i>В. Ф. Копьев, Н. Н. Остриков, С. Л. Денисов, М. А. Яковец, М. С. Ипатов</i>	90
Асимптотический метод учета влияния пограничного слоя высокоскоростного потока на характеристики распространения звуковых мод в цилиндрическом канале с жесткими стенками <i>Н. Н. Остриков</i>	104
О распространении звука в кольцевом канале при наличии пилона <i>М. А. Яковец, Н. Н. Остриков</i>	113
Метод генерации линейного оператора в обратной задаче идентификации аэроакустических источников <i>М. А. Демьянов</i>	121
Исследования перспективных средств снижения вибраций самолетных конструкций при их акустическом возбуждении <i>А. Я. Зверев, В. В. Черных</i>	128

CONTENTS

Volume 506, no. 1, 2022

All-Russia Aeroacoustical Forum, September 20–25, 2021, Gelendzhik <i>S. L. Chernyshev</i>	3
On Separation of Acoustic and Hydrodynamic Variables in the Model of Sound Sources of a Turbulent Jet <i>V. F. Kopiev and S. A. Chernyshev</i>	4
On Two Approaches to Modeling the Noise of Low-Speed Subsonic Jets <i>O. P. Bychkov, M. Y. Zaytsev, V. F. Kopiev, S. A. Chernyshev, and G. A. Faranosov</i>	16
On the Degeneracy of Nonlinearity in a Turbulent System <i>K. P. Zybin, A. S. Il'yn, A. V. Kopyev, and V. A. Sirota</i>	26
On the Contribution of Instability Waves to the Intermittency of the Velocity Disturbances in Turbulent Jet <i>M. A. Yudin, V. F. Kopiev, S. A. Chernyshev, and G. A. Faranosov</i>	31
Development of Initial Disturbances in the Circulating Flow with Variable Vorticity around Free Cylinder <i>M. A. Yudin, V. F. Kopiev, and S. A. Chernyshev</i>	39
Noise Reduction for High-Speed Jet of SST Engine Based on Acoustic Tests Results for Rectangular Nozzle in Anechoic Chamber AC-2 TSAGI <i>I. V. Belyaev, V. S. Gorbovskoy, A. V. Kazhan, and G. A. Faranosov</i>	47
Investigation of the Effect of the Wing Setting Angle on the Scattering Characteristics of the Near Hydrodynamic Field of a Turbulent Jet <i>O. P. Bychkov and G. A. Faranosov</i>	57
On the Determination of the Aerodynamic Noise of the Main Elements of a Full-Scale Aircraft using a Multiple- Microphone Antenna and Beamforming Algorithms <i>V. F. Kopiev, M. Yu. Zaytsev, S. A. Velichko, A. V. Dolotovskiy, and V. I. Sheviakov</i>	68
Experimental Study of Small-Scale Landing Gear of Regional Aircraft in Anechoic Chamber AC-2 TSAGI and Comparison with Flight Test Results <i>I. V. Belyaev, V. F. Kopiev, M. Yu. Zaytsev, and N. N. Ostrikov</i>	82
A Comparative Investigations of Impedance Educing Methods on Various Installations of the “Interferometer with flow” Type, Performed Based on the Experimental Data Analysis Obtained within the Framework of the IFAR Project <i>V. F. Kopiev, N. N. Ostrikov, S. L. Denisov, M. A. Yakovets, and M. S. Ipatov</i>	90
An Asymptotic Method for Taking into Account the Influence of the Boundary Layer of a High-Speed Flow on the Propagation Characteristics of Sound Modes in a Cylindrical Duct with Rigid Walls <i>N. N. Ostrikov</i>	104
On Propagation of Sound in a Circular Duct in the Presence of a Pylon <i>M. A. Yakovets and N. N. Ostrikov</i>	113
Linear Operator Generation Method in the Inverse Problem of Aeroacoustic Sources Identification <i>M. A. Demyanov</i>	121
Investigations of Promising Means for Reducing Vibrations of Aircraft Structures during Their Acoustic Excitation <i>A. Ya. Zverev and V. V. Chernyh</i>	128

ВСЕРОССИЙСКИЙ АЭРОАКУСТИЧЕСКИЙ ФОРУМ 20–25 сентября 2021 года Геленджик

DOI: 10.31857/S2686740022050066

Аэроакустика – область знания, находящаяся на стыке аэродинамики и акустики, изучает проблемы аэродинамической генерации звука и его распространения в нестационарных потоках. Возросшее за последнее время внимание к этим проблемам обусловлено в первую очередь потребностью создания тихих воздушных судов. Так, проблема авиационного шума в последние десятилетия оказалась достаточно острой для большинства мегаполисов в мире, и поэтому задача снижения шума, создаваемого самолетами, вертолетами и беспилотными летательными аппаратами, является важной частью общей задачи борьбы человечества за экологическую чистоту окружающей его среды.

Разработка практических методов снижения аэродинамического шума требует знания физических механизмов его образования и распространения. Основными источниками шума на местности являются силовые установки воздушных судов на всех взлетно-посадочных режимах полета и шум обтекания элементов планера самолета на режиме посадки (шасси, предкрылки, закрылки, открытые ниши). Все эти источники шума обусловлены нестационарностью потоков, обтекающих различные элементы конструкций летательного аппарата. Поскольку числа Рей-

нольдса велики в авиационных приложениях, то все реализуемые потоки в той или иной мере всегда турбулентны.

Таким образом, задачи, которые необходимо решать в аэроакустике, принципиально имеют дело с одной из сложнейших проблем современного естествознания – проблемой турбулентности. Эта проблема до сих пор не решена, несмотря на усилия многих поколений ученых. Отсюда возникают фундаментальные проблемы распознавания физических механизмов генерации шума турбулентными потоками и проблемы построения математических моделей распространения звука в турбулентных потоках. Решение этих проблем требует развития сложных экспериментальных, аналитических и численных методов.

В предлагаемом сборнике представлены работы, основы которых докладывались на Всероссийском аэроакустическом форуме, состоявшемся 20–25 сентября 2021 года в Геленджике. Надеюсь, что сборник будет с интересом принят читателями и позволит ознакомиться с современным состоянием исследований в аэроакустике.

*Академик РАН С.Л. Чернышев,
научный руководитель ЦАГИ*

УДК 534.23, 532.517.4

О РАЗДЕЛЕНИИ АКУСТИЧЕСКИХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ В МОДЕЛИ ЗВУКОВЫХ ИСТОЧНИКОВ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

© 2022 г. В. Ф. Копьев¹, С. А. Чернышев^{1,*}

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

В работе исследуется механизм генерации шума в турбулентной струе на основе метода акустической аналогии. Целью работы является разработка модели звукового источника, в которой отсутствует так называемая сдвиговая компонента шума. Это условие было сформулировано ранее в результате анализа мультимикрофонных акустических измерений струи, которые показали, что акустические аналогии, учитывающие сдвиговой шум, расходятся с данными эксперимента. Предложенная в настоящей работе модель основана на разделении акустических и гидродинамических переменных и использовании оператора распространения, в котором не содержатся гидродинамические степени свободы. Такой подход позволяет естественным образом исключить сдвиговую компоненту в звуковом излучении и добиться хорошего соответствия данным акустических измерений. Моделирование звукового источника проводится в рамках предположений о квадрупольности и изотропности пульсаций, ответственных за звуковое излучение. Проводится сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными по направленности основных азимутальных гармоник звукового излучения струи со скоростью 120 м/с. Полученные результаты дают важный вклад в понимание природы излучающей звук турбулентности в сдвиговых потоках.

Ключевые слова: турбулентная струя, генерация шума, акустическая аналогия, квадруполь, сдвиговой шум

DOI: 10.31857/S268674002205008X

ВВЕДЕНИЕ

Стандартным подходом к описанию генерации шума мелкомасштабной турбулентностью является метод акустической аналогии. Этот метод основан на разделении процессов генерации и распространения акустических возмущений. При этом распространение звуковых волн описывается линейным оператором, а источник, отвечающий за генерацию звуковых колебаний, моделируется случайным полем, параметры которого подбираются из условий соответствия данным измерений или численных расчетов. В процессе развития представлений о шуме турбулентной струи был разработан ряд акустических аналогий, различающихся по тому, какие эффекты отнесены к распространению звука или его генерации [1–5]. Несмотря на значительную историю, в ме-

тоде акустической аналогии остается ряд открытых вопросов, связанных с выделением той части гидродинамических пульсаций в турбулентной струе, которая ответственна за генерацию звуковых волн. В частности, остается нерешенной проблема сдвигового шума [6], представляющего собой вторичное звуковое излучение от вихревых колебаний сдвигового слоя, возбуждаемых первичными источниками в правой части соответствующей акустической аналогии. Сдвиговой шум возникает в тех акустических аналогиях, в которых оператор распространения обладает гидродинамическими степенями свободы. В этом случае правая часть акустической аналогии не только служит непосредственным источником звуковых волн, но также осуществляет накачку собственных вихревых возмущений оператора распространения, которые, в свою очередь, являются дополнительным источником звука [7]. В частности, это касается аналогии Голдстейна [4] и уравнения Лилли [3], в которых оператор распространения включает в себя все линейные по возмущениям члены, в том числе ответственные за вихревые возмущения среднего течения. Один из главных вопросов в методе акустической

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: chernyshev01@mail.ru

аналогии, не закрытый до сих пор, состоит в том, имеет ли сдвиговая компонента шума физическую природу, или это артефакт, связанный с тем, как в той или иной акустической аналогии осуществляется разделение процесса звукового излучения на генерацию и распространение звука.

Акустические измерения шума струи [8], полученные с помощью многомикрофонных методов [9], позволяют вернуться к этой проблеме на новом уровне. В частности, данные по направленности азимутальных гармоник звукового излучения свидетельствуют скорее об отсутствии сдвиговой компоненты в шуме струи. Этот факт играет важную роль, сужая круг возможных сценариев генерации шума. Например, он означает, что акустические аналогии, в которых оператор распространения содержит в себе гидродинамические степени свободы, не соответствуют физике процесса излучения звука турбулентным потоком, что проявляется в существенном и неоправданном усложнении эмпирической модели звуковых источников.

Целью настоящей работы является разработка подхода к моделированию шума струи с помощью акустической аналогии, которая не привела бы к появлению сдвигового шума. С этой целью предлагается новая акустическая аналогия, основанная на специальном разделении гидродинамических и акустических переменных, при котором к звуковому источнику отнесены все гидродинамические пульсации, а не только нелинейные по возмущениям члены, как это делается в аналогии Голдстейна. В этом случае в операторе распространения нет гидродинамических степеней свободы, и он сводится к конвективному волновому уравнению, описывающему распространение звуковых волн в пассивной неоднородной среде. Именно это свойство позволяет исключить из модели сдвиговую компоненту шума.

Конвективное волновое уравнение для описания распространения звуковых волн в неоднородном потенциальном потоке впервые было получено в работе [10]. В методе акустических аналогий конвективное волновое уравнение для возмущений давления впервые использовалось в работе [2]. Впоследствии аналогичный подход для возмущений полной энтальпии был предложен в работе [5], где в качестве оператора распространения используется обобщенный оператор Блохинцева [11]. Конвективный волновой оператор также использовался при разработке численных методов расчета аэродинамического шума [12, 13]. Преимущество такого подхода состояло в том, что в отличие от других операторов распространения, использование которых в численных расчетах требует принудительного подавления волн неустойчивости, конвективное волновое уравнение не содержит неустойчивых мод среди

собственных решений оператора, что автоматически обеспечивает устойчивость численной схемы. В настоящей работе показано, что при моделировании шума струи важную роль играет не только устойчивость оператора распространения, но и отсутствие нейтральных гидродинамических волн среди собственных решений оператора.

При описании возмущений в данной работе используется разложение возмущений скорости на две компоненты, которые выражаются через акустический потенциал и плотность вихревого импульса. Ранее такое разделение переменных использовалось в работах [14–17] для описания линейных возмущений вихревых течений. В частности, в работе [17] для этой системы был выписан лагранжиан, что позволило получить выражения для плотности и потока акустической энергии в вихревых течениях.

В качестве основных переменных в настоящей работе используются акустический потенциал и плотность вихревого импульса. При этом линеаризация проводится только для процесса распространения звуковых волн, описываемого акустическим потенциалом, в то время как звуковой источник, определяемый плотностью вихревого импульса, имеет нелинейную динамику. После преобразований этот источник моделируется случайным полем. Такой подход соответствует физике рассматриваемого процесса. Действительно, малые величины возмущений скорости и плотности по сравнению со средними значениями этих величин позволяют описывать линейными уравнениями распространение звуковых волн в неоднородном течении струи. В то же время возмущения завихренности для мелкомасштабных турбулентных пульсаций оказываются не малыми, в связи с чем плотность вихревого импульса, определяющего звуковой источник, имеет нелинейную динамику. Вместо описания сложной нелинейной динамики турбулентных пульсаций используется стандартный подход, состоящий в представлении пульсаций в виде случайного поля в рамках сформулированного в работе метода акустических аналогий.

При моделировании параметров звуковых источников используется ряд физических представлений о вихревой динамике мелкомасштабной турбулентности в струе. В частности, предполагается, что основной вклад в излучение дают квадрупольные источники, обладающие свойством изотропности. Хотя течение струи имеет выделенное направление, это не исключает возможности того, что на малых масштабах турбулентные пульсации обладают свойством изотропности. Вопрос состоит в том, является ли изотропной та часть турбулентности, которая ответственна за излучение звука. Для проверки этой гипотезы используются данные, полученные по

методу азимутальной декомпозиции [9]. Показано, что соотношение амплитуд азимутальных гармоник звукового излучения струи действительно соответствует предположению об изотропности квадрупольных источников.

На основе предложенного подхода определены направленности азимутальных гармоник звукового излучения струи. Результаты моделирования сравниваются с данными измерений в дальнем звуковом поле для струи со скоростью 120 м/с. Получено хорошее совпадение результатов моделирования и эксперимента, что при учете нетривиальной формы направленности отдельных гармоник указывает на то, что предлагаемая акустическая аналогия правильно описывает основные факторы в механизме генерации шума в турбулентной струе.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассматривается изэнтропическое течение сжимаемого идеального газа. В этом случае уравнения неразрывности и импульса записываются в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \nabla \frac{v^2}{2} + \nabla h = 0, \quad (1.2)$$

где $\mathbf{v}, \boldsymbol{\Omega}, \rho, h$ — поля скорости, завихренности, плотности и энтальпии. Изменение энтальпии dh в общем случае определяется через другие термодинамические переменные соотношением

$dh = TdS + \frac{1}{\rho} dp$, где T, S, p — температура, энтропия и давление. В случае изэнтропического течения эти переменные связаны соотношениями $dh = \frac{1}{\rho} dp$, $d\rho = \frac{1}{c^2} dp$, где c — скорость звука.

В турбулентной дозвуковой струе пульсации завихренности, очевидно, имеют нелинейную динамику. В то же время возмущения скорости и плотности являются относительно малыми, что позволяет частично линеаризовать систему уравнений (1.1), (1.2). Представим поля скорости и плотности в виде $\mathbf{v} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{v}'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$, где \mathbf{V}_0, ρ_0 — средние поля скорости и плотности, \mathbf{v}', ρ' — возмущения. Будем рассматривать случай изотермической струи, для которой $\rho_0 = \text{const}$. С учетом квазиоднородности течения струи примем $\nabla \mathbf{V}_0 = 0$. Тогда для линейных возмущений из уравнения неразрывности (1.1) получим

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \rho' + \rho_0 \nabla \mathbf{v}' = 0. \quad (1.3)$$

В области потенциального течения линеаризуем также уравнение импульса. Представляя возмущение скорости в виде $\mathbf{v}' = \nabla \Phi$, из (1.2) получим

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \Phi + h' = 0, \quad (1.4)$$

где h' — возмущения энтальпии.

В области завихренного течения уравнения не могут быть полностью линеаризованы, поскольку в турбулентном потоке пульсации завихренности $\boldsymbol{\Omega}'$ на малых масштабах могут иметь величину, превышающую среднюю завихренность $\boldsymbol{\Omega}_0$. Представим возмущение скорости в виде разложения

$$\mathbf{v}' = \mathbf{B} + \nabla \Phi, \quad (1.5)$$

где поле \mathbf{B} отлично от нуля только в области завихренности, и, соответственно, в области потенциального течения поле Φ представляет собой потенциал скорости.

Аналогичное представление для линейных возмущений использовалось в работах [15–17], где вихревая составляющая \mathbf{B} выражалась через поле смещения ξ соотношением $\mathbf{B} = \xi \times \boldsymbol{\Omega}_0$, а для потенциала Φ было получено конвективное волновое уравнение с источником в правой части

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c_0^2} \frac{D\Phi}{Dt} \right) - \frac{1}{\rho_0} \nabla(\rho_0 \nabla \Phi) = \nabla \mathbf{B}, \quad (1.6)$$

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{V}_0 \nabla$ — конвективная производная.

В такой постановке поле \mathbf{B} так же, как и потенциал, рассматривается как малое возмущение стационарного течения, и для него выписывается соответствующее линейное уравнение.

В рассматриваемом случае вихревая составляющая \mathbf{B} имеет нелинейную динамику и не может быть выражена через малые смещения стационарного поля завихренности, как в случае линейной задачи. Тем не менее для потенциала Φ по-прежнему может быть получено конвективное волновое уравнение. Для того чтобы это показать, необходимо дополнить разложение (1.5) условием, в соответствии с которым потенциал Φ определяется уравнением (1.4) не только в потенциальной области, но и во всем пространстве. Тогда, подставляя (1.5) в (1.3) и используя соотношение между возмущениями энтальпии и плотности для изэнтропического течения $h' = \frac{c_0^2}{\rho_0} d\rho'$, получим из (1.3), (1.4) уравнение для акустического потенциала

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 \Phi}{Dt^2} - \nabla^2 \Phi = \nabla \mathbf{B}. \quad (1.7)$$

Уравнение (1.7) является основным уравнением в предлагаемой в настоящей работе акустической

аналогии. Это уравнение совпадает при постоянных ρ_0, c_0 с уравнением (1.6), полученным для линейной задачи, с тем отличием, что источник в правой части, определяемый дивергенцией векторного поля \mathbf{V} , может иметь нелинейную динамику.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗВУКОВОГО ИСТОЧНИКА

В полученном уравнении (1.7) в соответствии с методом акустической аналогии правая часть будет моделироваться как случайное поле с некоторыми заданными характеристиками. При оценке характеристик этого поля принимаются имеющиеся к настоящему времени физические представления о вихревой динамике турбулентных пульсаций.

Прежде всего, рассмотрим мультипольный порядок поля звуковых источников, которыми будет моделироваться правая часть в (1.7). Из сохранения интеграла импульса течения следует, что для нестационарных возмущений интеграл импульса должен быть равен нулю, т.е.

$$\mathbf{I} = \int (\rho_0 \mathbf{v}' + \rho' \mathbf{V}_0) d\mathbf{r} = 0. \quad (2.1)$$

В случае несжимаемого течения из (2.1) получим

$$\mathbf{I} = \rho_0 \int \mathbf{V} d\mathbf{r} = 0, \quad (2.2)$$

откуда следует, что поле \mathbf{V} имеет смысл плотности импульса [18]. Равенство нулю интеграла (2.2) означает, что в случае несжимаемого течения векторное поле \mathbf{V} может быть представлено в виде дивергенции квадрупольного поля

$$V^i = \frac{\partial Q^{ij}}{\partial r^j}, \quad (2.3)$$

что означает квадрупольность источников в правой части уравнения (1.7). Отметим, что в случае сжимаемого течения подынтегральное выражение в (2.1) содержит компоненту, связанную с возмущениями плотности, которая в соответствии с оценкой $\rho' V_0 \sim \frac{V_0^2}{c_0^2} \rho_0 V'$ имеет относительную величину порядка $O(M^2)$, где M – число Маха струи. То есть для высокоскоростных струй звуковой источник в акустической аналогии (1.7), кроме квадрупольной части, может также содержать дипольный член. Тем не менее мы будем пользоваться представлением (2.3), пренебрегая дипольным членом в звуковом источнике, поскольку для струи со скоростью $V = 120$ м/с, используемой для сравнения с моделью, рассматриваемой в настоящей работе, величина M^2 действительно мала и составляет около 0.12.

Далее будут сделаны некоторые предположения о спектральных характеристиках источника

звука. Проверка этих предположений проводится сравнением модели излучения с данными акустических измерений.

Динамику плотности импульса представим как стохастическую сумму элементарных событий, представляющих собой возникновение локального возмущения импульса с последующей конвекцией и линейным ростом амплитуды возмущения по времени. Запишем уравнение, описывающее этот процесс в виде

$$\frac{D^2 Q^{ij}}{Dt^2} = D^{ij} \eta(\mathbf{r}, t), \quad (2.4)$$

где Q^{ij} определяется уравнением (2.3), D^{ij} – постоянный тензор, задающий квадрупольную структуру источников, случайное поле $\eta(\mathbf{r}, t)$ определяет интенсивность возникновения локальных возмущений импульса. Для поля η запишем спектральную плотность в простейшей гауссовской форме

$$S_\eta(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega) = A(\mathbf{r}', \omega) \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}''|^2}{2l_0^2}\right). \quad (2.5)$$

Будем предполагать, что пространственный масштаб корреляции возмущений импульса l_0 является малым. С учетом этого перепишем выражение (2.5) в виде

$$S_\eta(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega) = A(\mathbf{r}', \omega) (2\pi l_0^2)^{\frac{3}{2}} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}''). \quad (2.6)$$

Для того чтобы пояснить физический смысл уравнения (2.4), выделим элементарные вихревые события в турбулентном потоке, которые характеризуются локальным возмущением импульса. В работах [19–21], посвященных турбулизации вихревых течений, в качестве основного события рассматривается взаимодействие вихревых шнуров, приводящее к их локальной деформации, растяжению и образованию петель в области максимального сближения. В настоящей работе в качестве основного события вихревой динамики также рассматривается локальная деформация вихревого шнура при воздействии на него внешних вихревых структур, схематически изображенная на рис. 1.

Заметим, что деформированная вихревая нить эквивалентна вихревой системе, состоящей из прямолинейной вихревой нити и вихревого кольца (рис. 2). Течение, создаваемое вихревым кольцом, обладает импульсом, направленным вдоль его оси. Это означает, что деформация вихревой нити сопровождается локальным изменением плотности импульса, которое при малых пространственных масштабах возмущения может быть записано в виде $\mathbf{V}(\mathbf{r}) \sim \delta(\mathbf{r})$, где $\delta(\mathbf{r})$ – пространственная дельта-функция. С учетом сохранения интеграла импульса течения локальное изменение импульса должно компенсироваться изменением импульса

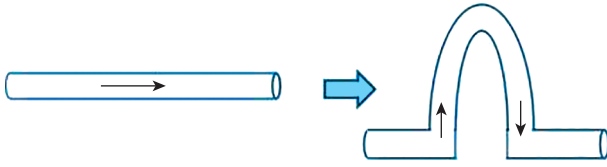


Рис. 1. Изменение формы вихревого шнура при локальном воздействии гидродинамической силы.

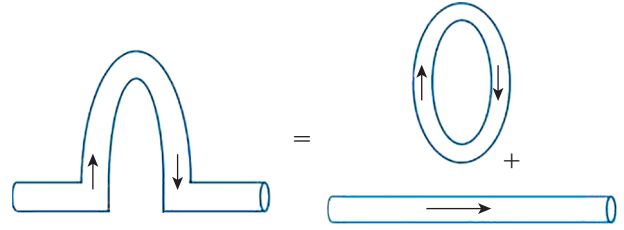


Рис. 2. Эквивалентные вихревые структуры.

окружающих вихревых структур. В соответствии с этим элементарному вихревому событию сопоставим возмущение импульса вида $B^i(\mathbf{r}) = \frac{\partial Q^{ij}}{\partial r^j}$,

где $Q^{ij}(\mathbf{r}) \sim D^{ij}\delta(\mathbf{r})$.

Таким образом, звуковой источник, динамика которого описывается уравнением (2.4), можно трактовать как стохастическую сумму элементарных событий рождения точечных возмущений импульса, соответствующих локальной деформации вихревых нитей при воздействии внешних вихревых структур. Эволюция возмущений импульса, определяемая уравнением (2.4), соответствует линейному росту вихревых возмущений по времени. В действительности рост возмущений ограничен масштабом временной корреляции возмущений τ_0 . Здесь это ограничение не учитывается в связи с тем, что основной вклад в звуковое излучение дают быстрые процессы, а время потери корреляции τ_0 локальных возмущений велико по сравнению с временным масштабом возникновения этих возмущений.

Следует отметить, что представление звукового источника в струе на основе дифференциального уравнения с дельта-коррелированной правой частью использовалось ранее в работе [22] для monopольных источников, а для квадрупольных источников впервые в работах [7, 23]. Однако в этих работах в качестве дифференциального оператора использовалось уравнение Ланжевена с конвективной производной первого порядка, в отличие от уравнения (2.4) с дифференциальным оператором второго порядка. Это различие обусловлено тем, что в настоящей работе источник определяется плотностью импульса, в то время как в работах [7, 22, 23] источник выражался через тензор Рейнольдса, который можно трактовать как гидродинамическую силу. Поскольку производная по времени от импульса жидкой частицы равна гидродинамической силе, действующей на эту частицу, то в уравнении (2.4) появляется дополнительная конвективная производная. На этом языке рождение силы в некоторый момент времени будет соответствовать линейному нарастанию импульса начиная с этого момента, что соответствует нарастающему искривлению вихревой нити.

Тензор D^{ij} в правой части (2.4) может иметь различную пространственную ориентацию. В общем случае квадрупольная часть звукового источника представляет собой сумму случайных полей

$$B^i = \frac{\partial Q^{ij}}{\partial r^j}, \quad Q^{ij} = \sum_{n=1}^5 \xi_n(\mathbf{r}, t) D_n^{ij}, \quad (2.7)$$

где D_n^{ij} – система линейно-независимых базисных квадруполей, поля $\xi_n(\mathbf{r}, t)$ в соответствии с (2.4) удовлетворяют уравнениям

$$\frac{D^2 \xi_n}{Dt^2} = \eta_n(\mathbf{r}, t). \quad (2.8)$$

В настоящей работе при моделировании процесса излучения звука турбулентной струей используется предположение об изотропности квадрупольного поля источников. Справедливость этого предположения в конечном счете подтверждается согласием построенной модели эксперименту. Условие изотропности накладывает определенные связи между компонентами квадрупольного случайного поля (Приложение А). С учетом этого выберем базисные квадруполи D_n^{ij} в виде (A2). Тогда из условия изотропности следует, что случайные поля $\eta_n(\mathbf{r}, t)$ должны быть взаимно не коррелированными и иметь одинаковые спектральные характеристики, определяемые выражением (2.6).

Выражения (2.6)–(2.8) определяют случайное поле квадрупольных источников в акустической аналогии (1.7).

3. ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО КВАДРУПОЛЬНОГО ИСТОЧНИКА

При вычислении звукового поля струи будем использовать локально-однородное приближение. Это означает, что при вычислении звукового поля от точечного источника будем пренебрегать неоднородностью течения струи в осевом направлении, принимая локальные характеристики среднего поля в том сечении, где расположен источник. Но при вычислении звукового поля от всей струи будем вычислять интеграл по всей области источников, взяв в каждом поперечном сечении струи

функцию Грина, вычисленную именно для этого сечения.

Найдем звуковое поле для гармонического по времени локализованного возбуждения рассматриваемой гидродинамической системы, т.е. решение системы уравнений (1.7), (2.7), (2.8) с правой частью вида $\eta_k(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \exp(-i\omega t)$. Определим цилиндрические координаты ρ, φ, z с осью z , совпадающей с осью струи. Используя преобразование Фурье по времени и координатам φ и z , преобразуем уравнение (1.7) к виду

$$\frac{d^2\Phi}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\Phi}{d\rho} + \left(\frac{\bar{\omega}^2}{c_0^2} - \alpha^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) \Phi = q(\rho, m, \alpha, \omega), \quad (3.1)$$

где $\bar{\omega} = \omega - \alpha V_0(\rho)$, c_0 – скорость звука, источник в правой части уравнения (3.1) имеет вид

$$q(\rho, m, \alpha, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} q(\rho, \varphi, z, \omega) \exp(-i\alpha z - im\varphi) d\varphi dz, \quad (3.2)$$

где $q(\mathbf{r}, \omega) = \nabla \mathbf{B}$.

Также, применяя Фурье-преобразование к уравнению (2.8), получим

$$-\bar{\omega}^2 \xi_k = \eta_k. \quad (3.3)$$

Найдем решения уравнений (3.1), (3.3) для точечных квадрупольных источников. Будем полагать, что слой смешения с переменной средней скоростью $V_0(\rho)$ находится в интервале $\rho_1 < \rho < \rho_2$. Соответственно $V_0(\rho) = V_{jet} = \text{const}$ при $\rho < \rho_1$, $V_0(\rho) = 0$ при $\rho > \rho_2$. Точка расположения источника $\rho = \rho_s$ предполагается лежащей внутри слоя смешения, т.е. $\rho_1 < \rho_s < \rho_2$. Решение должно быть конечным в нуле, плавно сшиваться на границах слоя смешения $\rho = \rho_1$, $\rho = \rho_2$ и удовлетворять условию Зоммерфельда для уходящих волн при $\rho \rightarrow \infty$.

В областях с постоянной скоростью уравнение (3.1) сводится к однородному уравнению Бесселя, решения которого с учетом граничных условий в нуле и на бесконечности имеют вид

$$\Phi_{in}(\rho, m, \alpha, \omega) = A J_m(i\beta\rho), \quad \rho < \rho_1, \quad (3.4)$$

$$\Phi_{out}(\rho, m, \alpha, \omega) = B H_m^{(1)}(i\gamma\rho), \quad \rho > \rho_2,$$

где J_m и $H_m^{(1)}$ – функции Бесселя и Ганкеля порядка m , $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - k^2}$, $\beta = \sqrt{\alpha^2 - (k - M_{jet}\alpha)^2}$, $k = \frac{\omega}{c_0}$,

$$M_{jet} = \frac{V_{jet}}{c_0}.$$

Внутри слоя смешения при $\rho_1 < \rho < \rho_2$ решение имеет разрывы потенциала $[\Phi]_s$ и его производной $[\partial\Phi]_s$ в точке расположения источника

$\rho = \rho_s$. В предельном случае тонкого слоя смешения решение можно получить, используя постоянство потенциала Φ и его радиальной производной $\frac{d\Phi}{d\rho}$ в той части слоя смешения, где нет источников. В этом случае сшивание решений (3.4) дает амплитуду излучения вне струи

$$B = i \frac{1}{\beta \rho_s A_m} (-\rho_s [\partial\Phi]_s J'_m(i\beta\rho_s) + [\Phi]_s i\beta\rho_s J'_m(i\beta\rho_s)), \quad (3.5)$$

где $A_m = \frac{\gamma}{\beta} H_m^{(1)}(i\gamma\rho_s) J_m(i\beta\rho_s) - H_m^{(1)}(i\gamma\rho_s) J'_m(i\beta\rho_s)$.

Разрывы потенциала и его производной определяются типом мультипольного источника. Не приводя громоздких вычислений, выпишем лишь конечный результат для квадрупольного источника $Q^{ij} = D^{ij} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$, расположенного в точке $\rho = \rho_s, \varphi = 0, z = 0$:

$$[\Phi] = (D^{xx} - D^{yy}) \frac{1}{4\pi^2 \rho_s^2} + D^{xy} \frac{1}{4\pi^2 \rho_s^2} 2im + D^{xz} \frac{1}{4\pi^2 \rho_s} 2i\alpha, \quad (3.6)$$

$$[\partial\Phi] = -D^{xx} \frac{1}{4\pi^2 \rho_s} \frac{\bar{\omega}_s^2}{c^2} + (D^{xx} - D^{yy}) \frac{1}{4\pi^2 \rho_s^3} m^2 + (D^{xx} - D^{zz}) \frac{1}{4\pi^2 \rho_s} \alpha^2 + D^{xy} \frac{1}{4\pi^2 \rho_s^3} 2im - D^{yz} \frac{1}{4\pi^2 \rho_s^2} 2\alpha m.$$

При произвольном расположении источника в точке $\rho = \rho_s, \varphi = \varphi_s, z = z_s$ выражения (3.6) содержат дополнительный множитель $\exp(-i\alpha z_s - im\varphi_s)$.

Выражения (3.5), (3.6) дают решение уравнения (3.1) с точечным квадрупольным источником в правой части $Q^{ij} = D^{ij} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$. Для перехода к решению системы уравнений (3.1), (3.3) с точечным возбуждением вида $\eta_k(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$ необходимо в соответствии с (3.3) умножить решение на $-\bar{\omega}^{-2}$. В результате получим звуковое излучение для точечного квадрупольного возбуждения

$$G(\rho, m, \alpha, \omega) = -\frac{k^2}{\bar{\omega}^2} F(m, \alpha, \omega) \frac{i}{2} H_m^{(1)}(i\gamma\rho) \exp(-i\alpha z_s - im\varphi_s), \quad (3.7)$$

где $F(m, \alpha, \omega)$ – безразмерные направленности излучения, определяемые соотношением $F = -i \frac{2}{k^2} B$, величина B определяется из (3.5). Используя (3.5), (3.6), выпишем эти выражения для базисных квадрупольей (A2) в случае тонкого слоя смешения

$$F_{(1)m} = \frac{1}{4\pi^2 k^2 \beta \rho_s A_m} \left(3\alpha^2 - \frac{\bar{\omega}_s^2}{c^2} \right) J_m(i\beta \rho_s), \quad (3.8)$$

$$F_{(2)m} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\pi^2 k^2 \beta \rho_s^3 A_m} \alpha \beta \rho_s^2 J'_m(i\beta \rho_s),$$

$$F_{(3)m} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\pi^2 k^2 \beta \rho_s^3 A_m} m \alpha \rho_s J_m(i\beta \rho_s),$$

$$F_{(4)m} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\pi^2 k^2 \beta \rho_s^3 A_m} \times \\ \times \left(\left(\frac{\rho_s^2}{2} \left(\frac{\bar{\omega}_s^2}{c^2} - \alpha^2 \right) - m^2 \right) J_m(i\beta \rho_s) + i\beta \rho_s J'_m(i\beta \rho_s) \right),$$

$$F_{(5)m} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\pi^2 k^2 \beta \rho_s^3 A_m} im(-J_m(i\beta \rho_s) + i\beta \rho_s J'_m(i\beta \rho_s)),$$

где индекс в скобках соответствует номеру базисного квадруполь.

Используя обратное преобразование Фурье по z -координате, получим функцию Грина задачи

$$G_{(n)m}(\rho, \rho_s, \varphi_s, z, z_s, \omega) = -\int \frac{k^2}{\bar{\omega}_s^2} F_{(n)}(m, \alpha, \omega) \times \\ \times \frac{i}{2} H_m^{(1)}(i\gamma \rho) \exp(i\alpha(z - z_s) - im\varphi_s) d\alpha. \quad (3.9)$$

В дальнейшем поле интеграл (3.9) вычисляется методом перевала:

$$G_m(\rho, \rho_s, \varphi_s, z, z_s, \omega) = \\ = -(-i)^m \frac{k^2 F_{(n)}(m, k \cos \theta, \omega) 1}{\omega^2 (1 - M_s \cos \theta)^2 r} \exp(ikr) \exp(-im\varphi_s), \quad (3.10)$$

где $r = \sqrt{\rho^2 + (z - z_s)^2}$, $\theta = \arccos\left(\frac{z - z_s}{r}\right)$, $M_s = \frac{V_0(\rho_s)}{c_0}$.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЗИМУТАЛЬНЫХ ГАРМОНИК ЗВУКОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СТРУИ

Используя полученные в разделе 3 выражения для функции Грина, найдем спектральную плотность звукового излучения от источников, определенных в разделе 2. Из полученных в Приложении Б формул (Б5), (Б6) для взаимного спектра звукового излучения при $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ следуют выражения для автоспектров звукового поля

$$S_\Phi(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^5 S_{\Phi(n)m}(\rho, z, \omega), \quad (4.1)$$

$$S_{\Phi(n)m}(\rho, z, \omega) = \\ = 2\pi \int |G_{(n)m}(\rho, z, \rho', z', \omega)|^2 (2\pi l_0^2)^{\frac{3}{2}} \times \\ \times A(\rho', z', \omega) \rho' d\rho' dz', \quad (4.2)$$

где $G_{(n)m}(\rho, z, \rho', z', \omega)$ – m -я азимутальная гармоника функции Грина, определяемой для n -го базисного квадруполь.

Подставляя функцию Грина (3.10) в (4.2) и переходя от потенциала Φ к акустическому давлению $p = -i\omega\Phi$, получим спектральную плотность азимутальных гармоник дальнего звукового поля давления

$$S_{pm}(\rho, z, \omega) = 2\pi \sum_{n=1}^5 \int \frac{1}{r^2 c_0^4} \frac{|F_{(n)m}(k \cos \theta, \omega)|^2}{(1 - M_s \cos \theta)^4} \times \\ \times \omega^2 (2\pi l_0^2)^{\frac{3}{2}} A(\rho_s, z_s, \omega) \rho_s d\rho_s dz_s. \quad (4.3)$$

В настоящей работе рассматривается дальнейшее звуковое поле струи, которое имеет слабую чувствительность к распределению источников в объеме струи. С учетом этого сделаем некоторые упрощения модели, ограничив область локализации источников. Будем полагать, что источники расположены в конце начального участка в той области слоя смешения, где средняя скорость струи составляет 0.7 от скорости струи на оси. В соответствии с этим для распределения мощности источников будем использовать выражение $A(\rho, z) = A_0 \Delta_\rho \Delta_z \delta(\rho - \rho_s) \delta(z - z_s)$, где Δ_ρ , Δ_z – величины разброса по радиальной и осевой координате, ρ_s определяется из соотношения $V_0(\rho_s) = 0.7 \cdot V_{jet}$, координата $z_s = 6D$ соответствует концу начального участка струи. Тогда из (4.3) получим спектральную мощность m -й азимутальной гармоники звукового излучения

$$S_{pm}(\rho, z, \omega) = \\ = \frac{1}{r^2 c_0^4} \frac{\omega^2 S_W(\omega)}{(1 - M_s \cos \theta)^4} \sum_{n=1}^5 |F_{(n)m}(k \cos \theta, \omega)|^2, \quad (4.4)$$

где r и θ отсчитываются от конца начального участка струи, $S_W(\omega)$ – суммарная спектральная мощность источника, которая определяется выражением

$$S_W(\omega) = \iint S_\eta(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega) d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' = \\ = (2\pi l_0^2)^{\frac{3}{2}} A_0(\omega) \Delta_\rho \Delta_z 2\pi r_s. \quad (4.5)$$

Выражение (4.4) дает направленности азимутальных гармоник звукового излучения струи и будет далее использоваться для сравнения с экспериментом.

5. СРАВНЕНИЕ МОДЕЛИРУЕМОГО ПОЛЯ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Используемые в настоящей работе данные акустических измерений были получены методом азимутальной декомпозиции. Этот эксперимен-

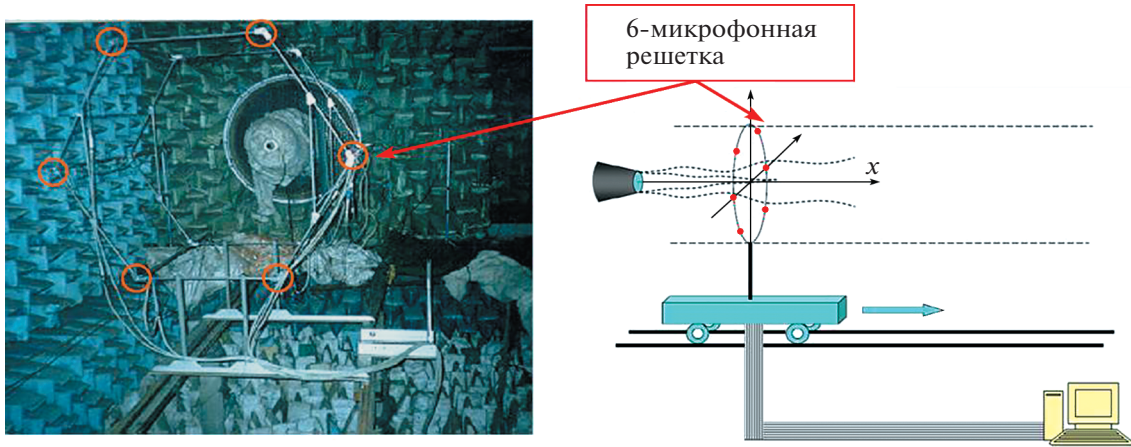


Рис. 3. Схема испытательного стенда. Расстояние от оси струи до микрофонов $R = 0.85$ м, диаметр сопла – 0.04 м.

тальный метод был предложен в [9] специально для измерения азимутальных компонент звукового излучения аэродинамических источников шума. Схема эксперимента представлена на рис. 3. Метод основан на модальном разложении акустического сигнала с последующим усреднением данных. Акустические сигналы на круговой решетке из 6 микрофонов представляются в виде ряда Фурье

$$p(\varphi) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \cos m\varphi + b_m \sin m\varphi), \quad (5.1)$$

где $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p(\varphi) d\varphi$, $a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p(\varphi) \cos m\varphi d\varphi$, $b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p(\varphi) \sin m\varphi d\varphi$, интегралы аппроксимируются суммой по 6 точкам расположения микрофонов. С использованием этих формул из результа-

тов измерений оцениваются спектральные плотности коэффициентов ряда (5.1).

В эксперименте [8] получены спектральные плотности первых трех азимутальных гармоник звукового излучения для различных расстояний от решетки микрофонов до сопла (рис. 4).

Полученные в эксперименте направленности излучения сравниваются с результатами моделирования. При этом модель содержит только одну свободную константу, зависящую от частоты, которая для всех квадрупольных компонент является универсальной благодаря изотропности источника. Для масштабирования по частотам использовалась зависимость

$$\begin{aligned} A_0(Sh) &= C_0, & Sh < 0.3, \\ A_0(Sh) &= C_0 \frac{0.3}{Sh}, & Sh > 0.3, \end{aligned} \quad (5.2)$$

где число Струхала $Sh = \frac{fD}{V}$, f – частота, D – диаметр сопла, V – скорость струи.

Сравнение результатов моделирования с экспериментом представлено на рис. 4. Можно видеть хорошее совпадение модели с измерениями для трех основных азимутальных гармоник акустического излучения струи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый подход к описанию звукового излучения струи, основанный на акустической аналогии с использованием в качестве основных переменных потенциала скорости и плотности импульса. Особенностью такой модели является то, что оператор распространения не содержит гидродинамических степеней свободы, благодаря чему в модели отсутствует сдвиговый шум, связанный с возбуждением гидродинамических мод оператора распространения в сдвиговом

Таблица 1. Нумерация кривых на рис. 4

	Расчетная направленность Частота, Гц	Измеренная направленность Интервал частот, Гц
1	475	$350 < f < 600$
2	700	$600 < f < 800$
3	925	$800 < f < 1050$
4	1200	$1050 < f < 1350$
5	1525	$1350 < f < 1700$
6	1900	$1700 < f < 2100$
7	2350	$2100 < f < 2600$
8	2800	$2600 < f < 3000$
9	3100	$3000 < f < 3200$

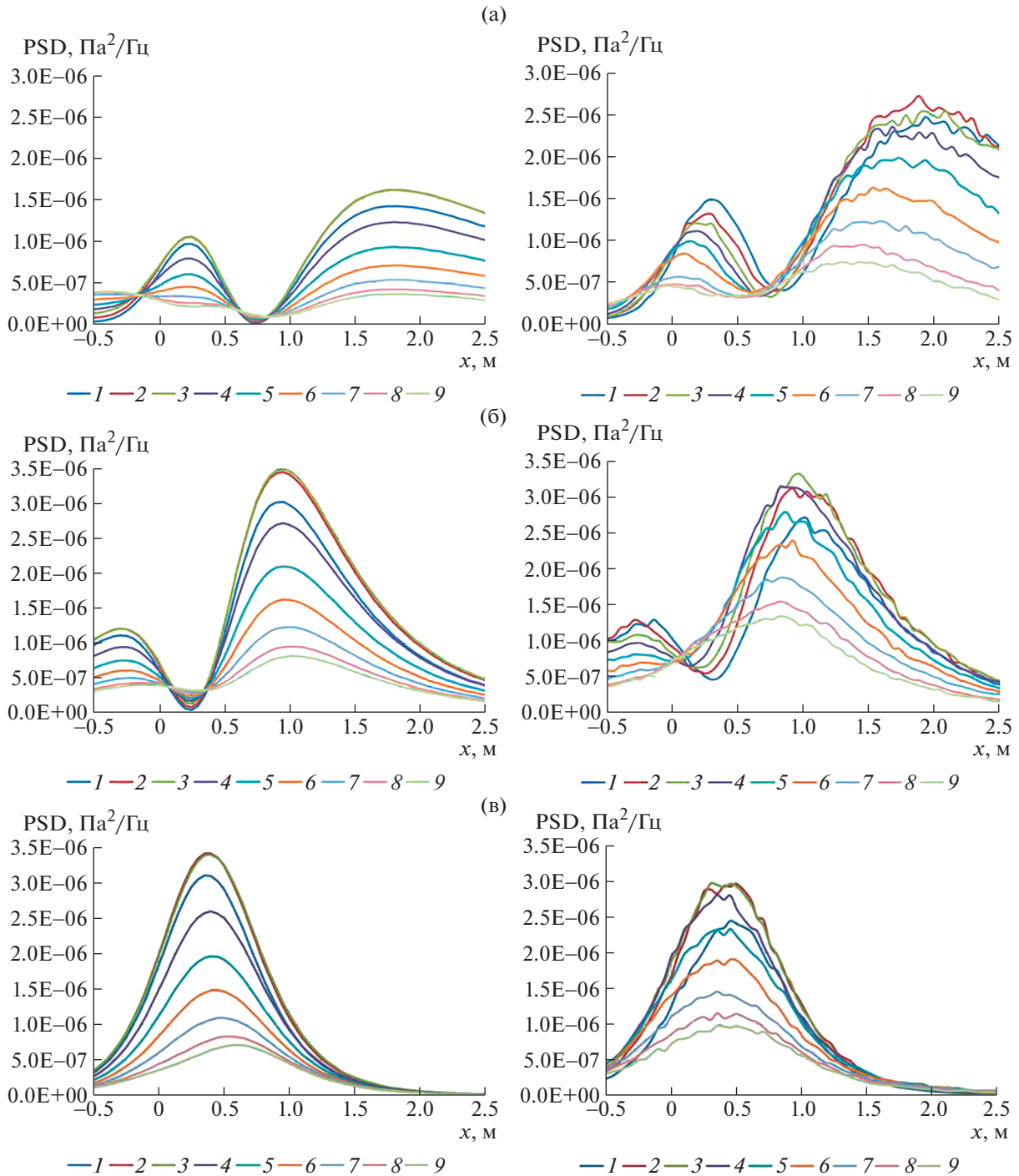


Рис. 4. Направленности азимутальных гармоник для струи $V = 120$ м/с. Справа эксперимент, слева модель. Азимутальные гармоники (а) $m = 0$, (б) $m = 1$, (в) $m = 2$. Кривые на графиках соответствуют частотам, указанным в табл. 1.

потоке струи. Показано, что эта особенность модели соответствует экспериментальным данным по направленности основных азимутальных гармоник звукового излучения турбулентной струи, полученных методом мультимикрофонных акустических измерений.

Проведено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными для струи

со скоростью 120 м/с. Хорошее совпадение модели и эксперимента при учете нетривиальной формы направленности отдельных гармоник звукового поля указывает на то, что модель отражает основные факторы в механизме генерации шума в турбулентной струе.

Результаты работы имеют практическое значение, связанное с моделированием звукового из-

лучения турбулентных потоков. Вместе с тем полученные результаты дают представление о возможной структуре источника звука, связанного с мелкомасштабными турбулентными пульсациями в струе, что может оказаться важным для понимания природы турбулентности в сдвиговых потоках.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Выпишем общий вид изотропного тензора Q^{ij} . Свертка такого тензора с вектором нормали должна иметь дисперсию, не зависящую от направления нормали. Представим тензор Q^{ij} в виде

$$Q^{ij} = \sum_{n=1}^5 a_n D_n^{ij}, \quad (A1)$$

где a_n – взаимно некоррелированные случайные величины с одинаковыми дисперсиями $\langle a_n^2 \rangle = A$, декартовы компоненты тензора D_n^{ij} имеют вид

$$\begin{aligned} D_1^{ij} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, & D_2^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ D_3^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & (A2) \\ D_4^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & D_5^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Рассмотрим свертку $q = n^i n^j Q^{ij}$, где n^i – единичный вектор нормали с декартовыми компонентами $n^i = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, где φ, θ – сферические углы направления нормали. Дисперсия свертки

$$\langle q^2 \rangle = \sum_{n=1}^5 \langle a_n^2 \rangle D_n^{ij} D_n^{rs} n^i n^j n^k n^s. \quad (A3)$$

Для каждого из базисных квадрупольей вычислим свертку $n^i n^j D^{ij}$:

$$\begin{aligned} n^i n^j D_1^{ij} &= \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1), & n^i n^j D_2^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\theta \cos \varphi, \\ n^i n^j D_3^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\theta \sin \varphi, & (A4) \\ n^i n^j D_4^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \theta \cos 2\varphi, & n^i n^j D_5^{ij} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \theta \sin 2\varphi. \end{aligned}$$

Подставляя (A4) в (A3), получим

$$\langle q^2 \rangle = A \left(\frac{1}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)^2 + \frac{3}{4} \sin^2 2\theta + \frac{3}{4} \sin^4 \theta \right) = A. \quad (A5)$$

Из (A5) следует, что свертка тензора Q^{ij} с вектором нормали имеет дисперсию, не зависящую от направления нормали, что означает изотропность этого тензора.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Получим выражение для взаимного спектра звукового поля, излучаемого пространственно некоррелированным полем источников с взаимным спектром (2.6). В общем случае для случайного источника с взаимной спектральной плотностью $S_\eta(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega)$ звуковое излучение будет иметь спектральную плотность

$$S_\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \int G^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}', \omega) G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'', \omega) S_\eta(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega) d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'', \quad (B1)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ – функция Грина, определяемая как решение уравнений (1.7), (2.7), (2.8) с правой частью вида $\eta_k(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \exp(-i\omega t)$. Подставляя (2.6) в (B1) и проводя интегрирование по \mathbf{r}'' , получим, что для каждого базисного квадрупольей взаимный спектр звукового поля имеет вид

$$S_\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \int G^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}', \omega) G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}', \omega) (2\pi l_0^2)^{\frac{3}{2}} A(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}', \quad (B2)$$

где $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ определяется для соответствующего базисного квадрупольей.

Будем рассматривать струю с круглым сечением. Определим цилиндрические координаты ρ, φ, z с осью z , совпадающей с осью струи. Вследствие осевой симметрии течения функция Грина зависит только от разницы азимутальных углов $\varphi_1 - \varphi'$, а ее разложение в ряд Фурье имеет вид

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) &= G(\rho_1, z_1, \varphi_1 - \varphi', \rho', z', \omega) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_m(\rho_1, z_1, \rho', z', \omega) \exp(im(\varphi_1 - \varphi')). \end{aligned} \quad (B3)$$

Кроме того, будем учитывать, что в осесимметричной струе пульсации должны описываться полями, инвариантными относительно вращения вокруг оси струи. В соответствии с этим взаимные спектры $S_{\eta(n)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega)$ зависят только от разницы углов $\varphi'' - \varphi'$, спектральная плотность источников не зависит от азимутального угла φ , т.е. $A(\mathbf{r}', \omega) = A(\rho', z', \omega)$.

Подставляя (B3) в (B2) и интегрируя по углу φ' , получим взаимную спектральную плотность звукового излучения базисного квадрупольей:

$$S_{\Phi}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_{\Phi m}(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2, \omega) \exp(im(\varphi_2 - \varphi_1)), \quad (\text{Б4})$$

$$S_{\Phi m}(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2, \omega) = 2\pi \int G_m^*(\rho_1, \rho', z_1, z', \omega) G_m(\rho_2, \rho', z_2, z', \omega) \times (2\pi l_0^2)^{\frac{3}{2}} A(\rho', z', \omega) \rho' d\rho' dz'. \quad (\text{Б5})$$

Выражения (Б4), (Б5) определяют взаимный спектр звукового поля для каждого базисного квадруполь. С учетом предположения о взаимной некоррелированности амплитуд $\eta_n(\mathbf{r}, t)$, получим для суммарного звукового поля от источника (2.7)

$$S_{\Phi}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \sum_{n=1}^5 \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_{\Phi(n)m}(\rho_1, z_1, \rho_2, z_2, \omega) \exp(im(\varphi_2 - \varphi_1)), \quad (\text{Б6})$$

где индекс n в скобках обозначает номер соответствующего базисного квадруполь, спектры $S_{\Phi(n)m}$ находятся из интеграла (Б5), вычисленного для n -го базисного квадруполь.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Публикация подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня “Сверхзвук” на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 8 декабря 2020 г. № 075-11-2020-023). Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФГУП “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically: I. general theory // *Proc. Royal Soc. Series A.* 1952. V. 211. P. 564–581.
2. *Phillips O.M.* On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers // *Journal of Fluid Mechanics.* 1960. V. 9. № 1. P. 1–28.
3. *Lilley G.M.* On the noise from jets // *AGARD CP-131.* 1974. V. 13. P. 1–12.
4. *Goldstein M.E.* A Generalized Acoustic Analogy // *Journal of Fluid Mechanics.* 2003. V. 488. P. 315–333.
5. *Howe M.S.* Contributions to the theory of aerodynamic sound with application to excess jet noise and theory of the flute // *J. Fluid Mech.* 1975. V. 71. Pt 4. P. 625–673.
6. *Mani R.* The influence of jet noise. Part 1. The noise of unheated jets // *Journal of Fluid Mechanics.* 1976. V. 73. № 4. P. 753–778.
7. *Kopiev V., Chernyshev S.* Correlation model of quadrupole noise sources in turbulent jet: effect of refraction // *AIAA paper.* 2015. 2015–3130.
8. *Kopiev V.F., Zaitsev M.Yu., Velichko S.A., Kotova A.N., Belyaev I.V.* Cross-correlations of far field azimuthal modes in subsonic jet noise // *AIAA paper.* 2008. 2008-2887.
9. *Kopiev V.F., Zaitsev M.Yu., Chernyshev S.A., Kotova A.N.* The role of large-scale vortex in a turbulent jet noise // *AIAA paper.* 1999. 99–1839.
10. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Гостехиздат, 1946. 220 с.
11. *Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А.* Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981. 248 с.
12. *Ewert R., Schroder W.* Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering // *J. Comput. Phys.* 2003. V. 188. № 2. P. 365–398.
13. *Spieser E., Bailly C.* Sound propagation using an adjoint-based method // *J. Fluid Mech.* 2020. V. 900. P. 469.
14. *Goldstein M.E.* Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles // *J. Fluid Mech.* 1978. V. 89. № 3. P. 433–468.
15. *Bergliaffa S.E.P., Hibberd K., Stone M., Visser M.* Wave equation for sound in fluids with vorticity // *Physica D.* 2004. V. 191. P. 121–136.
16. *Mercier J.-F., Pagneux V.* An iterative approach for Aeroacoustics in a non-potential-flow // *AIAA Paper.* 2013. AIAA-2013-2134.
17. *Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Об использовании методов лагранжовой механики для анализа баланса энергии в вихревых течениях сжимаемого газа // *Акустический журнал.* 2021. Т. 67. № 1. С. 1–9.
18. *Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Методы лагранжовой и гамильтоновой механики в задачах аэроакустики // *Акустический журнал.* 2018. Т. 64. № 6. С. 692–703.
19. *Goto S.* Coherent Structures and Energy Cascade in Homogeneous Turbulence // *Progress of Theoretical Physics Supplement.* 2012. № 195. P. 139–156.
20. *McKeown R., Ostilla-Monico R., Pumir A., Brenner M.P., Rubinstein S.M.* Turbulence generation through an iterative cascade of the elliptical instability. arXiv:1908.01804 [physics]. 2019.
21. *Ostilla-Mónico R., McKeown R., Brenner M.P., Rubinstein, S.M., Pumir A.* Cascades and reconnection in interacting vortex filaments. *Physical Review Fluids.* 2021. V. 6. 074701.
22. *Ewert R.* RPM – the fast Random Particle-Mesh method to realize unsteady turbulent sound sources and velocity fields for CAA applications // *AIAA paper.* 2007. 2007-3506.
23. *Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Новая корреляционная модель каскада турбулентных пульсаций как источник шума в струях // *Акустический журнал.* 2012. Т. 58. № 4. С. 482–497.

**ON SEPARATION OF ACOUSTIC AND HYDRODYNAMIC VARIABLES
IN THE MODEL OF SOUND SOURCES OF A TURBULENT JET****V. F. Kopiev^a and S. A. Chernyshev^a***^aMoscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), Moscow, Russia*

The paper investigates the mechanism of noise generation in a turbulent jet based on the method of acoustic analogy. The aim of this work is to develop a sound source model that does not contain the so-called shear noise component. This condition was formulated earlier as a result of the analysis of multi-microphone acoustic measurements of the jet, which showed that the acoustic analogies that take into account shear noise disagree with the experimental data. The model proposed in this paper is based on the separation of acoustic and hydrodynamic variables and the use of a propagation operator that does not contain hydrodynamic degrees of freedom. This approach makes it possible to eliminate the shear component in the sound emission and achieve good agreement with the acoustic measurement data. The simulation of a sound source is carried out under the assumptions of quadrupole nature and isotropy of the pulsations responsible for sound radiation. The simulation results are compared with experimental data on the directivity of the main azimuthal harmonics of the sound radiation of the jet at a velocity of 120 m/s. The results obtained provide an important contribution to understanding the nature of sound-emitting turbulence in shear flows.

Keywords: turbulent jet, noise generation, acoustic analogy, quadrupoles, shear noise

УДК 532.59, 534.23, 534.6

О ДВУХ ПОДХОДАХ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ШУМА НИЗКОСКОРОСТНЫХ ДОЗВУКОВЫХ СТРУЙ

© 2022 г. О. П. Бычков¹, М. Ю. Зайцев¹, В. Ф. Копьев¹,
Г. А. Фараносов^{1,*}, С. А. Чернышев¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Представлено подробное исследование структуры звукового поля дозвуковой турбулентной струи. Для анализа используются экспериментальные данные, полученные методом азимутальной декомпозиции, и численные данные, полученные методом моделирования крупных вихрей. Проводится сравнение двух подходов к моделированию источников шума: модели “мелкомасштабной” турбулентности и модели волн неустойчивости. Показано, что модель “мелкомасштабной” турбулентности позволяет воспроизвести нетривиальные характеристики направленности излучения азимутальных мод в широком диапазоне параметров и, по-видимому, является более адекватной реальной физике процессов генерации шума в дозвуковых струях.

Ключевые слова: турбулентная струя, акустическая аналогия, квадруполь, волны неустойчивости

DOI: 10.31857/S2686740022050042

Несмотря на 70-летнюю историю изучения проблемы генерации шума турбулентными струями, до сих пор нет общепринятой теории данного явления. В качестве источников шума рассматриваются мелкомасштабная турбулентность в слое смещения [1–6], крупномасштабные структуры, возникающие в слое смещения за счет неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [7–12], комбинации этих источников [13] и даже пульсации во внешней по отношению к слою смещения области [14]. Сложность задачи описания генерации шума турбулентными течениями связана как с нерешенностью проблемы турбулентности как таковой, так и с тем, что звук, ей порождаемый, является чрезвычайно слабым продуктом турбулентного движения: мощность звукового излучения составляет лишь доли процента от суммарной мощности турбулентных пульсаций [15]. Последнее означает, что генерация звука турбулентным потоком связана с “тонкими” свойствами пульсаций, которые необходимо распознать и заложить в физическую модель генерации шума.

В вопросе поиска причин генерации шума и построения соответствующих физических моде-

лей решающую роль играет физический, а в последнее время, учитывая прогресс в высокопроизводительных вычислениях, и численный эксперимент. Методы численного моделирования, при условии их тщательной валидации, позволяют получать детальную информацию как о структуре самих турбулентных пульсаций, так и об излучаемом ими звуковом поле. В связи с этим в последнее время появилось значительное число публикаций [16], в которых проводится анализ характеристик турбулентных струйных течений, полученных в результате численного моделирования, с целью выявления механизмов, отвечающих за генерацию шума, т.е. определения так называемой “излучающей” части турбулентности. При таком – прямом – подходе основной проблемой становится уже упомянутый выше факт, связанный с низкой эффективностью турбулентности как источника звука: подавляющая часть пульсаций звук не излучает, поэтому поиск излучающей части турбулентности столь сложен и пока не привел к успеху.

В некотором смысле альтернативным подходом является решение обратной задачи: определение характеристик источника по излучаемому им шуму. Хотя обратная задача, вообще говоря, не может быть решена однозначно [15] (существует бесконечное множество различных полей пульсаций, генерирующих одинаковое звуковое поле), тем не менее, детальный анализ звукового поля полезен с точки зрения уточнения характе-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: georgefalt@rambler.ru

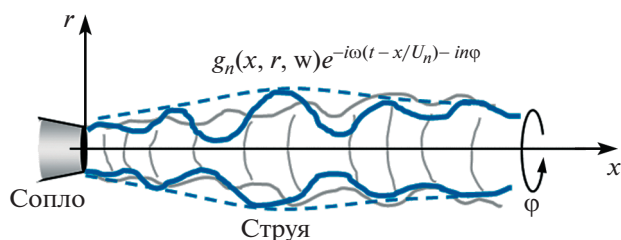


Рис. 1. Эскиз волнового пакета в круглой струе.

ристик излучающей части источника и исключения из рассмотрения тех физических моделей, которые не способны объяснить наблюдаемые факты. Чем более детальная информация о звуковом поле извлекается из эксперимента (физического или численного), тем меньшим становится число “допустимых” физических моделей, что облегчает задачу поиска действительных механизмов генерации шума. Результаты такого подхода могут, в свою очередь, направить исследования прямой задачи по идентификации тех событий в динамике турбулентных пульсаций, которые отвечают за излучение шума.

В данной работе использован подход, основанный на решении обратной задачи. Представлено подробное исследование структуры звукового поля дозвуковой струи с числом Маха истечения $M \approx 0.53$, выполненное методом азимутальной декомпозиции, развитым в [4, 9, 17], с целью конкретизации некоторых свойств источников шума, которые позволяют прояснить их природу и сузить круг подходов, применимых для разработки физических моделей шумообразования в струях.

В настоящее время выделяются два основных подхода к описанию генерации шума в струях. Каждый из них основан на рассмотрении системы исходных нелинейных уравнений Навье–Стокса

$$\mathbf{N}(\mathbf{q}) = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t)$ — вектор неизвестных газодинамических величин.

Первый подход, называемый акустической аналогией, был заложен Лайтхиллом [1] и связан с тождественными преобразованиями исходной системы (1) так, чтобы в ее левой части выделился линейный оператор \mathbf{W} , описывающий распространение акустических возмущений $\tilde{\mathbf{q}}$ (вектор $\tilde{\mathbf{q}}$, вообще говоря, может отличаться от \mathbf{q}):

$$\mathbf{W}(\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, t)[\tilde{\mathbf{q}}(\mathbf{x}, t)] = \xi(\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, \mathbf{x}, t), \quad (2)$$

где $\bar{\mathbf{q}}$ — осредненное по времени течение, ξ — правая часть уравнения, получившаяся в результате проведенных преобразований и содержащая в том числе нелинейные члены. Оператор \mathbf{W} можно выбрать различными способами, и он может быть

как (в большинстве случаев) скалярным [1, 5], так и матричным [18]. Вообще говоря, уравнение (2) не проще уравнения (1), так как неизвестные величины входят и в правую, и в левую его части. Однако при определенных допущениях, удачном выборе оператора \mathbf{W} и акустических переменных $\tilde{\mathbf{q}}$ можно с той или иной степенью строгости показать, что правая часть (2) может быть определена независимо (например, при малых числах Маха потока, из решения уравнений для несжимаемой жидкости [19]). Тогда давление в дальнем акустическом поле может быть найдено через свертку функции Грина уравнения (2) с независимо найденной правой частью ξ , которая в этом случае играет роль источника шума.

В рамках второго подхода исходная система уравнений (1) упрощается путем введения возмущений \mathbf{q}' относительно среднего поля $\bar{\mathbf{q}}$ (при этом $\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}'$), и последующей линеаризации уравнений относительно \mathbf{q}' , которая приводит к уравнению вида

$$\mathbf{L}(\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, t)\mathbf{q}'(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (3)$$

где $\mathbf{L}(\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{x}, t)$ — линейный дифференциальный оператор, описывающий распространение линейных возмущений на фоне среднего течения. Среднее течение на начальном участке струи допускает развитие возмущений, являющихся пространственно-неустойчивыми за счет механизма Кельвина–Гельмгольца [7]. Такие возмущения, имеющие вид волновых пакетов, называют волнами неустойчивости, и они, как показано в [7–10], могут быть источниками шума. Волны неустойчивости в круглой струе в цилиндрических координатах (x, r, ϕ) на каждой частоте ω представляются в виде суперпозиции азимутальных гармоник вида

$$g_n(x, r, \omega)e^{-i\omega(t-x/U_n) - in\phi}, \quad (4)$$

где U_n — фазовая скорость возмущений, g_n — достаточно медленно меняющаяся гладкая функция x , являющаяся огибающей для продольной волны $e^{i\omega x/U_n}$ (рис. 1). Скорость U_n и функция g_n находятся из решения задачи на собственные значения для медленно меняющегося слоя смешения [7–10].

В работе [12] показано, что для простейшего случая, в котором $W \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$ (c — скорость звука), второй подход также может рассматриваться, как и в [5], в рамках акустической аналогии Лайтхилла

$$W[p] = \xi, \quad (5)$$

где $\xi = \frac{\partial^2 T^{ij}(\mathbf{x}, t)}{(\partial x_i \partial x_j)}$, T^{ij} – тензор второго ранга, характеризующий источники шума в струе. В пренебрежении вязким и энтропийным членом $T^{ij} = \rho v_i v_j$ [1], где ρ – плотность, v_i – компоненты скорости, а пространственно-волновая структура тензора T^{ij} имеет вид (4).

Для уравнения (5) функция Грина имеет простой вид $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t - t') = \frac{\delta(t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|/c)}{(4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)}$, и решение для спектральной плотности звукового давления Φ_p в приближении дальнего поля и поперечной компактности источника может быть сведено к суперпозиции трех азимутальных мод ($n = 0, 1, 2$), каждая из которых представляется в форме [5, 12]

$$\Phi_{pn}(r, \theta, \omega) \approx \frac{D_n^2(\theta)k^4}{16\pi^2 r^2} \iint \Phi_{\xi n}(x'_1, x''_1, \omega) e^{ik(x'_1 - x''_1)\cos\theta} dx'_1 dx''_1, \quad (6)$$

где ω – частота излучения, $k = \omega/c$ – волновое число, $r \equiv |\mathbf{x}| \approx |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ – расстояние от источника до наблюдателя, θ – угол между осью струи и направлением на точку наблюдения (рис. 2), $D_n(\theta)$ – направленность элементарного излучателя n -й азимутальной моды (выражается через соответствующие комбинации компонент тензора T^{ij} [5]), $\Phi_{\xi n}(x'_1, x''_1, \omega)$ – взаимный спектр поля источников ξ для данной моды n .

Основным упрощением в выражении (6), помимо простоты функции Грина, которая не учитывает, например, эффекты рефракции звука на среднем течении, является сведение исходного двукратного объемного интеграла по области источника (струе) к двукратному одномерному интегрированию по продольной координате x'_1 , благодаря предположению о компактности источника в поперечном направлении, которое справедливо для сравнительно длинных волн ($\lambda \gg d$, d – диаметр сопла). Для дозвуковых струй такое приближение выполняется в достаточно широком диапазоне частот, включающем максимум спектра [15], поэтому часто используется в аналитических моделях.

При этом в работах [5, 12] в результате интегрирования выражения (6) получены характеристики дальнего поля, качественно отличающиеся друг от друга. Это связано с тем, что использовались различные модели для описания случайного поля ξ источников шума, хотя в обоих случаях базовыми источниками являлись квадрупольи. Представляет интерес провести более глубокий анализ этих различий и тех следствий для свойств

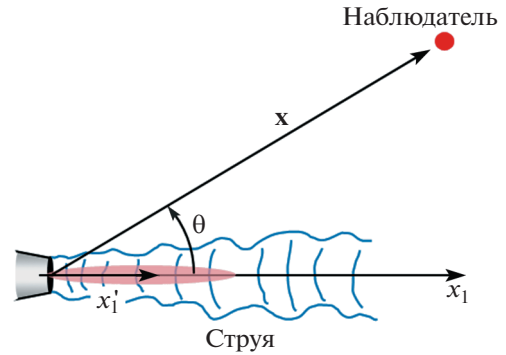


Рис. 2

дальнего поля, которые напрямую связаны с заложенной в поле источников моделью. Детальное сравнение достаточно подробно определенных (в физическом или численном эксперименте) характеристик дальнего поля и характеристик, предсказанных первой или второй моделью, может быть использовано в качестве “решающего” эксперимента для выбора наиболее адекватного подхода к описанию источников шума в струе. Такой анализ является основной целью настоящего исследования.

Модель, предложенная в работе [5], опирается на идею о том, что звуковое излучение определяется, главным образом, быстрым процессом рождения источников и слабо зависит от их последующей, относительно более медленной, эволюции. В рамках этой идеи было предложено разделить процесс рождения источников ξ и их последующую динамику [3, 5]. Математически это выражается в переходе от случайного поля источников ξ к случайному полю “генераторов” $\eta(x, t)$, которые в простейшем случае экспоненциального затухания источников после их рождения связаны уравнением Ланжевена

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + (\mathbf{U}\nabla)\xi + \varepsilon\xi = \eta, \quad (7)$$

где \mathbf{U} – скорость конвекции источников, ε – декремент затухания. Более общее уравнение перехода от случайного поля источников ξ к случайному полю “генераторов” $\eta(x, t)$, обобщающее (7), представлено в [5].

Смысл этого представления в том, чтобы максимально упростить эмпирическую часть модели, выбрав случайную переменную с наиболее простыми характеристиками. В частности, для случайного поля генераторов $\eta(x, t)$ принимается предположение о дельта-коррелированности по пространству и гауссовом распределении по времени. Соответствующая взаимная корреляционная функция имеет вид

$$R_{\eta}(x_1', x_1'', \tau) = A_0(x_1') e^{-\frac{\tau^2}{2\sigma_0^2}} \delta(x_1'' - x_1'), \quad (8)$$

где $A_0(x_1')$ – распределение интенсивности генераторов по длине струи, $\sigma_0(x_1')$ – временной масштаб. В случае однородного поля из (7) и (8) следует взаимная корреляционная функция источников R_{ξ}

$$R_{\xi}(x_1', x_1'', \tau) = A_0 \exp\left(-\frac{(x_1'' - x_1' - U\tau)^2}{2l^2}\right) \exp\left(-\frac{|x_1'' - x_1'|}{U\tau_0}\right), \quad (9)$$

где l и τ_0 – пространственный и временной масштабы корреляции соответственно. Такой вид R_{ξ} достаточно хорошо соответствует результатам измерений корреляционных характеристик пульсаций скорости в слое смещения струи [21], где доминируют так называемые “мелкомасштабные” возмущения. Параметры U , l и τ_0 определяют характерную форму спектра шума струи, который является широкополосным [5]. В работе [6] было показано, что характерные значения указанных параметров в конце начального участка струи ($x_1/d \approx 5$), позволяющие корректно описать спектр шума, составляют $U \approx 0.6U_j$, $l \approx 0.5d$, $\tau_0 \approx 3d/U_j$, что, в свою очередь, соответствует данным измерений [21] и численного моделирования [22]. Такой подход отнесем к мелкомасштабному представлению источников. Альтернативный подход, основанный на модели волновых пакетов [11, 12], будет подробно рассмотрен ниже.

Хотя в настоящей работе основное внимание будет уделено анализу направленности излучения в отдельных полосах частот, а не спектра шума, приведенные данные о характерных масштабах пульсаций в слое смещения важны с точки зрения уточнения термина “мелкомасштабная турбулентность”, который часто используется в аэроакустике для описания наиболее энергонесущих пульсаций в слое смещения струи в противопоставление “крупномасштабным” когерентным структурам – волнам неустойчивости [7–10]. Пространственный масштаб l определяется относительно диаметра сопла d , и маломасштабность в данном случае означает, что масштаб возмущений меньше или порядка d на протяжении всей области генерации шума, продольный размер которой сравним с длиной начального участка струи $l_j \approx 5...6d$. Как будет показано ниже, в рамках рассмотрения второй модели источников, возмущения, связанные с волнами неустойчивости, характеризуются существенно большими продольными масштабами корреляции L , которые сравнимы с l_j [23], т.е. можно считать $L \gg l$,

что и обуславливает отнесение таких возмущений к “крупномасштабным”.

С использованием соотношений (7) и (8), и, полагая $\varepsilon^2/\omega^2 \sim 1/(\omega\tau_0)^2 \ll 1$, можно показать [5], что (6) сводится к

$$\Phi_p(r, \theta, \omega) \approx \frac{D^2(\theta)}{r^2 q_s^2} W_s(\omega), \quad (10)$$

где $W_s(\omega) \approx \frac{1}{8\pi\sqrt{2\pi}c^4} \int s_0^2(x_1') \sigma_0(x_1') A_0(x_1') e^{-\frac{\sigma_0^2(x_1')\omega^2}{2}} dx_1'$ – спектральная функция, s_0 – амплитуда источника в момент его рождения, $q_s = 1 - M_s \cos \theta$ – конвективный множитель, $M_s = U/c$ – число Маха конвекции источников. С точки зрения направленности шума выражение (10) интересно тем, что оно явно демонстрирует влияние динамики источников на их исходную направленность $D^2(\theta)$, выражающееся в появлении множителя q_s^{-2} , усиливающего излучение вниз по потоку и ослабляющего – вверх по потоку. Отметим, что для более точного учета распространения звука в неоднородном потоке струи (эффект рефракции), в особенности под малыми углами к оси струи, можно использовать более сложную функцию Грина, как это сделано, например, в [6, 20]. Тогда в низкочастотном приближении выражение (10) заменится на следующее

$$\Phi_p(r, \theta, \omega) \approx \frac{D^2(\theta, q_s, q_j)}{r^2 q_s^2} W_s(\omega), \quad (11)$$

где $q_j = 1 - M_j \cos \theta$, $M_j = U_j/c$ – число Маха струи. В этом случае множители q_j и q_s входят в функцию направленности базисных квадрупольных источников D , которая для первых трех азимутальных мод примет вид [20]

$$D_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{3 \cos^2 \theta}{q_s^2} - 1 \right), \quad D_1 = \frac{\sin 2\theta}{q_j^2 + 1} \sqrt{1 + \frac{q_j^4}{q_s^4}}, \quad (12)$$

$$D_2 = \frac{\sin^2 \theta}{q_j^2 + 1} \sqrt{5 - 8 \frac{q_j^2}{q_s^2} + 5 \frac{q_j^4}{q_s^4}}.$$

Отметим, что направленности D_n базисных квадрупольных источников (т.е. неподвижных источников в покоящейся среде, когда $q_j = q_s = 0$) соответствуют присоединенным полиномам Лежандра $P_2^n(\cos \theta)$ и имеют столь характерные особенности, что они, даже с учетом их “искажения” эффектами конвекции и рефракции, отчетливо проявляются в измерениях шума дозвуковых струй методом азимутальной декомпозиции [4, 17], как это будет продемонстрировано ниже. Также следует отметить, что в рассмотренной модели не возникает эффекта Доплера, так как источники

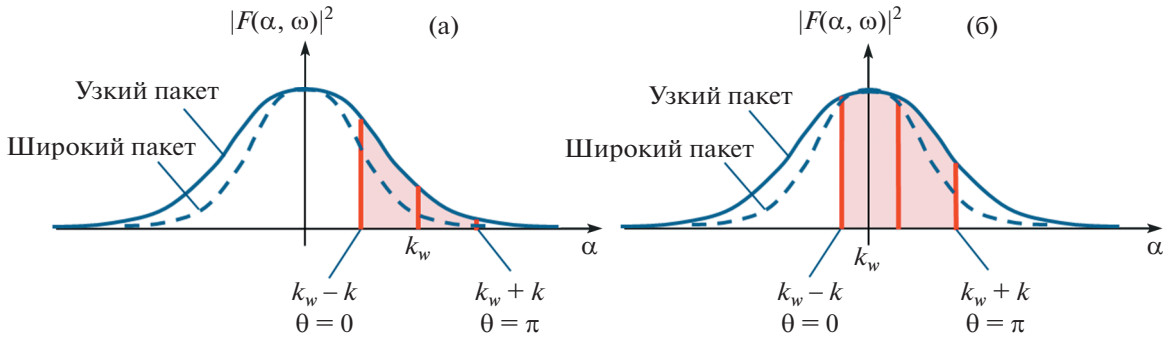


Рис. 3. Излучающая часть в спектре огибающей волнового пакета: $M_w < 1$ (а); $M_w > 1$ (б). Сплошной линией показан волновой спектр более узкого пакета, пунктирной – более широкого. Заштрихована часть спектра $k_w - k \leq \alpha \leq k_w + k$, вносящая вклад в звуковое излучение.

рассматриваются изначально во временной области и место их рождения фиксировано в пространстве. В ранних работах [1, 15] источники шума моделировались в частотной области в виде движущихся гармонических по времени квадрупольных, что приводило к появлению доплеровского сдвига частоты излучения, который, возможно, не наблюдается в измерениях [24].

Рассмотрим теперь модель волновых пакетов. Исходя из их общей структуры (4), следуя подходу [11, 12], взаимный спектр источников ξ для каждой моды n можно представить в виде

$$\Phi_{\xi}(x_1', x_1'', \omega) = C(x_1'', \omega) C^*(x_1', \omega) e^{\frac{i\omega}{U}(x_1'' - x_1')}, \quad (13)$$

где $C(x_1, \omega) = \int g(x_1, r, \omega) r dr$. В таком случае выражение для спектра излучения в дальнем поле сведется к виду

$$\Phi_p(r, \theta, \omega) \approx \frac{D^2(\theta) k^4}{16\pi^2 r^2} |F(k_w - k \cos \theta, \omega)|^2, \quad (14)$$

где $F(\alpha, \omega) = \int C(x_1, \omega) e^{i\alpha x_1} dx_1$ – спектр по волновым числам для огибающей волнового пакета, $k_w = k/M_w$, $M_w = U/c$ – волновое число и число Маха конвекции продольных возмущений в пакете соответственно. Наиболее распространенная модель волновых пакетов [11, 12] имеет вид

$C(x_1, \omega) = C_0 e^{-\left(\frac{x_1 - x_0}{L}\right)^2}$, где C_0 – амплитуда пакета, L – его характерная ширина, x_0 – расположение максимума (все эти параметры зависят от частоты ω). Для такой модели легко показать, что $|F(\alpha, \omega)|^2 = \pi C_0^2 L^2 e^{-\alpha^2 L^2/2}$, а (14) приводится к

$$\Phi_p(r, \theta, \omega) \approx \frac{D^2(\theta) C_0^2 k^4 L^2}{r^2} e^{-\frac{q_w^2 k_w^2 L^2}{2}}, \quad (15)$$

где $q_w = 1 - M_w \cos \theta$. Выражение (15) с точностью до обозначений совпадает с результатом работы [11].

Особенностью выражения (15), по сравнению с (10), (11), является экспоненциальное ослабление излучения $D^2(\theta)$ базисного источника при увеличении угла наблюдения. Кроме того, общая интенсивность излучения экспоненциально чувствительна к безразмерной ширине волнового пакета $k_w L$, а значит, и к скорости конвекции возмущений. Чем меньше L и чем выше скорость конвекции возмущений, тем более эффективным излучателем является волновой пакет. Данные утверждения схематично проиллюстрированы на рис. 3. Высокая эффективность излучения при сверхзвуковых скоростях конвекции возмущений, которая реализуется в высокоскоростных сверхзвуковых струях, объясняет тот факт, что такая модель исходно была предложена именно для таких струй и позволила описать основные свойства излучения, наблюдаемые в эксперименте, основное из которых – ярко выраженное излучение вниз по потоку с максимумом под некоторым углом к оси струи [7–9].

Указанные выше свойства имеют ясный физический смысл. Волновой пакет, как излучатель звука, аналогичен одномерной фазированной решетке, так как представляет собой распределение когерентных источников. При фазовой характеристике такой системы, имеющей вид бегущей дозвуковой волны, и достаточно большой ширине пакета интерференция сигналов от каждого источника приводит к существенному взаимному сокращению излучения во всех направлениях, кроме направления “вниз” по потоку, и формированию ярко выраженного “луча” в области $\theta = 0$. При уменьшении ширины пакета взаимное сокращение оказывается все менее полным, и при $k_w L \rightarrow 0$ направленность излучения пакета стремится к направленности $D(\theta)$ излучения элементарного источника.

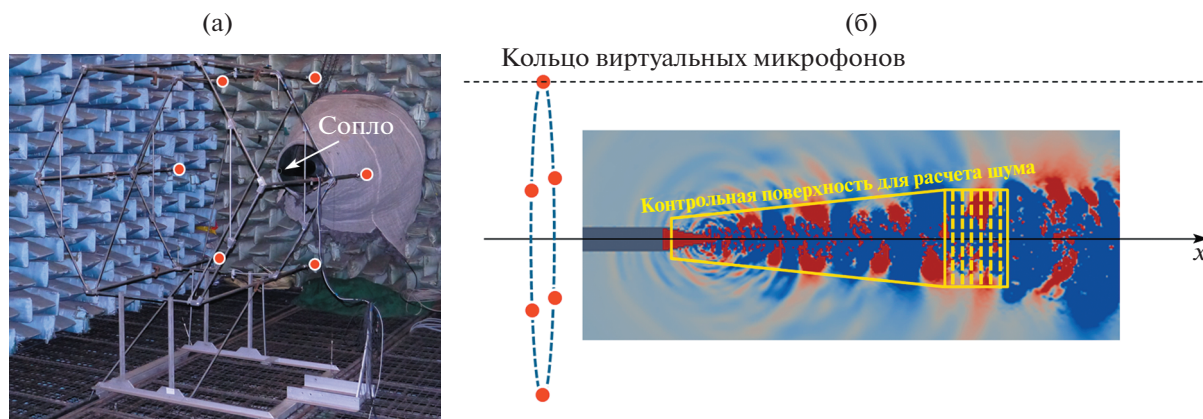


Рис. 4. Азимутальная декомпозиция шума струи: а – азимутальная решетка в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ (точками отмечены микрофоны); б – схема вычислительного эксперимента, на которой показано мгновенное распределение давления в области вблизи струи, контрольная ФВХ-поверхность с несколькими замыкающими дисками и одно из положений виртуальной микрофонной решетки.

Рассмотрим теперь свойства акустического поля реальной турбулентной струи. В заглушенной камере АК-2 ЦАГИ проводились многочисленные исследования шума турбулентных струй в широком диапазоне параметров истечения [4, 8, 17, 23]. Для целей настоящей работы взят набор данных, полученный для конфигурации, подробно описанной в [23]. Рассматривается круглая струя, истекающая из сопла диаметром $d = 0.04$ м со скоростью $U_j = 180$ м/с (соответствует числу Маха $M_j \approx 0.53$), число Рейнольдса по диаметру сопла составляет около 5×10^5 . Измерения шума проводились подвижной кольцевой решеткой микрофонов (радиус решетки $R = 0.8$ м), реализующей метод азимутальной декомпозиции, разработанный в ЦАГИ для анализа аэроакустических источников шума [4, 8, 17] (рис. 4а). Решетка позволяет для каждого положения x проводить приближенное разложение шума струи на азимутальные гармоники в виде частичной суммы ряда Фурье

$$p(x, \varphi, t) \approx a_0(x, t) + \sum_{n=1}^2 (a_n(x, t) \cos n\varphi + b_n(x, t) \sin n\varphi)$$

в соответствии с алгоритмом, подробно описанным, например, в [17]. Поскольку решетка микрофонов при своем смещении вдоль оси струи замечает цилиндрическую поверхность, данный метод позволяет строить распределения спектральных плотностей мощности азимутальных мод $A_n(x, f)$, $B_n(x, f)$, $n = 0, 1, 2$ (f – частота), на данной поверхности в различных полосах частот.

Как следует из полученных выше соотношений (10), (11), (15), основное различие в направленности излучения для двух рассмотренных моделей источников шума заключается в суще-

ственно различном поведении направленности отдельных азимутальных мод при увеличении полярного угла θ от 0 до π . Таким образом, представляет интерес проанализировать экспериментально полученные направленности азимутальных мод в широком диапазоне θ или, что то же самое – в широком диапазоне координаты x .

В физическом эксперименте измерения излучения шума вверх по потоку ограничены значением $x/d \approx -10$ ($x = 0$ соответствует положению решетки в плоскости среза сопла) вследствие влияния отражений от системы подачи воздуха и относительно близкого расположения стены заглушенной камеры (рис. 4а). В дополнение к физическому эксперименту был проведен численный расчет аналогичной конфигурации (рис. 4б), позволяющий получать амплитуды азимутальных мод далеко вверх по потоку. Расчеты проводились с помощью метода моделирования крупных вихрей (LES), реализованного на базе схемы CABARET [25]. Использовалась расчетная сетка умеренного объема (36 млн ячеек). Расчет шума в дальнем поле выполнялся с использованием интегрального метода Фокса Вильямса-Хоукинга (ФВХ) [16, 25]. При таком подходе в ближнем поле источника звука строится система контрольных конических поверхностей (ФВХ-поверхности), охватывающих источник (рис. 4б), на которых сохраняются данные нестационарного расчета. Звук в дальнем поле выражается через интеграл по ФВХ-поверхности. Для лучшего разрешения низких частот производится усреднение сигнала по нескольким замыкающим дискам. Шум в дальнем поле вычислялся для 144 точек (24 сечения по 6 “микрофонов” в каждом, рис. 4б) на цилиндрической поверхности, окружающей струю, в диапазоне $-60 \leq x/d \leq 60$, существенно большем, чем тот, который реализуется в физическом экспери-

менте, и позволяющем оценить, в том числе, структуру излучения вверх по потоку.

При обработке физического и численного экспериментов проводилась декомпозиция шума струи на азимутальные моды порядка $n = 0, 1, 2$ и строились их распределения вдоль оси струи для различных частотных диапазонов. Полученные результаты для области спектрального максимума, соответствующего числу Струхала $St = fd/U_j \approx 0.2$, показаны на рис. 5. Видно хорошее совпадение измеренных и расчетных данных для всех трех азимутальных мод. Отметим, что направленности каждой моды имеют специфические особенности в виде различного числа и формы лепестков, моделирование которых в рамках аналитических подходов является нетривиальной задачей. Структурная схожесть данных особенностей (число и угловая размер лепестков) с характеристиками присоединенных полиномов Лежандра второй степени указывает на квадрупольную структуру базисных источников.

Для удобства дальнейшей оценки свойств направленностей азимутальных мод данные измерений и расчетов были пересчитаны с цилиндрической поверхности на сферическую с использованием закона спада $1/r^2$ для дальнего акустического поля. При расчете расстояния r от источника до наблюдателя считалось, что источник располагается в области конца потенциального ядра струи ($l \approx 5d$), что является хорошим приближением для частот, соответствующих максимуму спектра излучения [15].

Такие направленности для $St \approx 0.2$ приведены на рис. 6, 7 для осесимметричной моды и мод $n = 1, 2$ соответственно. Там же показаны направленности, полученные по модели мелкомасштабных источников (11) и по модели волновых пакетов (15). Для первой модели скорость конвекции источников подбиралась из условия получения корректного спада уровня шума по углу и составила $M_s = 0.5M_j$ для $n = 0$ и $M_s = 0.6M_j$ для $n = 1, 2$. Эти значения близки к экспериментально измеренным скоростям конвекции возмущений в слое смещения [21]. При этом модель корректно описывает сложную многолепестковую структуру направленности излучения различных мод. Причем для моды $n = 0$ диапазон уровней шума, в котором модель работает корректно, очень широк: он составляет около 20 дБ, т.е. два порядка. Отметим, что естественным образом в данной модели воспроизводится довольно нетривиальный эффект усиления излучения вверх по потоку для моды $n = 0$, который отчетливо виден в результатах численного эксперимента (рис. 6). Занижение уровня шума в минимумах объясняется тем, что в приближении дальнего поля (11), моделируемого эквивалентным компактным квадруполем, не учи-

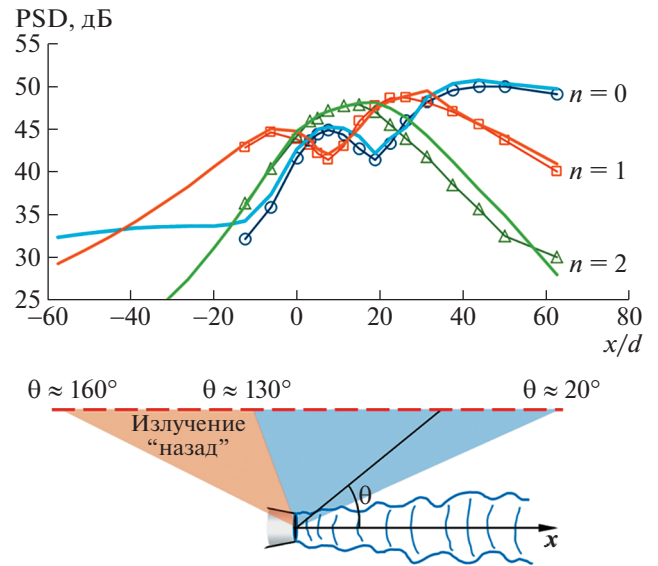


Рис. 5. Распределение плотности мощности азимутальных мод $n = 0, 1, 2$ по цилиндрической поверхности, окружающей струю, для $St = 0.2$. Линии – расчет, линии с маркерами – эксперимент. Внизу в соответствующем масштабе показаны диапазоны экспериментальных измерений звукового поля ($-10 \leq x/d \leq 60$) и расчетов ($-60 \leq x/d \leq 60$).

тывается конечность области распределения источников вдоль оси струи. При учете данного фактора, как показано в [6], модель совпадает с измерениями и в минимумах направленности.

Для модели волновых пакетов использовались параметры на основе работы [11]. Для случая осесимметричного пакета ($n = 0$) направленность базового источника бралась в виде $D(\theta) = \cos^2 \theta$ (только компонента T^{11}), ширина пакета соответствовала $k_w L = 6$, скорость возмущений в пакете – $M_w = 0.6M_j$. Измерения и расчеты в ближнем поле струи показывают, что пакеты обычно несколько шире, так что $k_w L \sim 10$ [12, 24]. Несколько заниженная величина $k_w L = 6$ была подобрана авторами [11] так, чтобы модель (15) соответствовала измерениям в дальнем поле. Будем считать это значение нижней границей параметра $k_w L$. Видно, что при таких параметрах модель воспроизводит направленность излучения под малыми углами к оси струи. Для удобства на рис. 6 приведен график экспоненциального множителя $e^{-q_w^2 k_w^2 L^2 / 2}$, который модулирует направленность $D(\theta)$. Видно, что даже при $k_w L = 6$ фактор $e^{-q_w^2 k_w^2 L^2 / 2}$ приводит к уменьшению уровня шума на 40 дБ от максимума уже при угле $\theta = 90^\circ$, и ни при каких $D(\theta)$, соответствующих каким-либо базисным мультипольным источникам, не могут быть воспроизведены

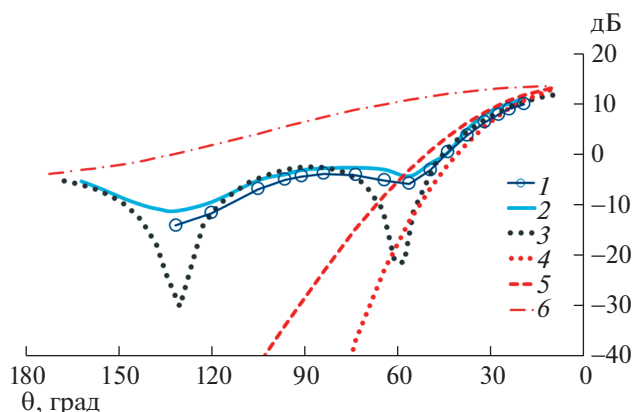


Рис. 6. Полярная направленность осесимметричной азимутальной моды ($n = 0$) для $St \approx 0.2$. Обозначения кривых: 1 – эксперимент; 2 – численное моделирование; 3 – модель (11) при $M_s = 0.5M_j$; 4 – модель (15) при $M_w = 0.6M_j$, $k_w L = 6$; 5 и 6 – фактор $e^{-q_w^2 k_w^2 L^2 / 2}$ при $M_w = 0.6M_j$, $k_w L = 6$ и $k_w L = 2.7$ соответственно. Уровни шума приведены в относительных единицах.

ни боковое излучение, ни излучение вверх по потоку. В рамках модели волнового пакета излучение во всем диапазоне углов наблюдения можно было бы смоделировать только при $k_w L \approx 2$, когда фактор $e^{-q_w^2 k_w^2 L^2 / 2}$ относительно слаб (рис. 6). Однако значение $k_w L \approx 2$ не соответствует измерениям даже с учетом потери когерентности в реальных волновых пакетах [12, 24], которая наблюдается при анализе двухточечных измерений или расчетов, и приводит к некоторому зауживанию пакетов, оправдывая выбор значения $k_w L = 6$ в работе [11].

Для простоты на рис. 7 для модели волновых пакетов приведены только графики множителя $e^{-q_w^2 k_w^2 L^2 / 2}$ при $k_w L = 6$ и $k_w L = 2$. Как видно, для реалистичного значения $k_w L = 6$ модель волновых пакетов не способна воспроизвести направленность мод $n = 1, 2$. При чрезвычайно узком пакете с параметром ширины $k_w L = 2$ “попадание” в эксперимент становится возможным, и именно поэтому в работе [11] для мод $n = 1, 2$ использовались значения $k_w L$ в диапазоне 2...3. Таким образом, для мод $n = 1, 2$ модель волновых пакетов не позволяет описать даже излучение вниз по потоку при адекватных параметрах пакета.

Отметим, что значение $k_w L = 2$, как уже отмечалось выше, приближает пакет к обычному компактному квадрупольному источнику, а значит, в некоторой степени, к модели мелкомасштабной турбулентности. Тот факт, что именно такие малые значения $k_w L$ позволяют смоделировать излучение во всем диапазоне углов, указывает на то, что излучение дозвуковой струи есть скорее совокупность компактных, несфазированных друг с другом квадрупольей, хотя сама область источников может быть при этом некомпактной. Реально наблюдаемые в дозвуковых струях волновые пакеты, с достаточно большим продольным масштабом $k_w L \sim 10$, не являются значимыми источниками шума, так как в экспериментальных данных не наблюдается тех особенностей излучения, которые бы указывали на присутствие такого рода излучателей. Это утверждение относится к относительно низкоскоростным дозвуковым струям, в которых генерация шума волновыми пакетами связана с их экспоненциально малой излучающей частью (рис. 3а).

Корреляционная модель мелкомасштабных источников в слое смешения с явно описываемым

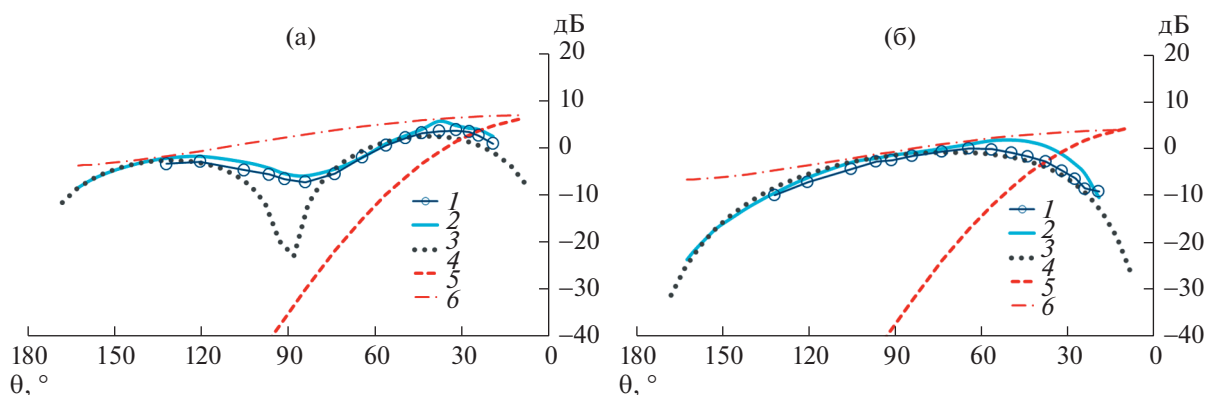


Рис. 7. Полярная направленность для $St \approx 0.2$: (а) – мода $n = 1$; (б) – мода $n = 2$. Обозначения кривых: 1 – эксперимент; 2 – численное моделирование; 3 – модель (11), $M_s = 0.6M_j$; 4 и 5 – фактор $e^{-q_w^2 k_w^2 L^2 / 2}$ при $M_w = 0.6M_j$, $k_w L = 6$ и $k_w L = 2$. Уровни шума приведены в относительных единицах.

процессом рождения, в свою очередь, позволяет воспроизводить нетривиальные направленности излучения всех значимых азимутальных мод в широком диапазоне углов наблюдения и, таким образом, выглядит более адекватной тем физическим процессам, которые отвечают за генерацию шума в струе. Тем не менее все еще остается неясным, какие именно аспекты вихревой динамики в турбулентной струе обуславливают те свойства поля источников шума, которые заложены в модель на феноменологическом уровне. В данном направлении требуются дополнительные исследования, в том числе с использованием возможностей численного эксперимента, который, как показано в настоящей работе, позволяет корректно воспроизводить достаточно “тонкие” аэроакустические свойства турбулентной струи.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016). Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically: I. general theory // Proc. Royal Soc. Series A. 1952. V. 211. P. 564–581.
2. *Tam C., Aurialt L.* Jet mixing noise from fine-scale turbulence // AIAA Journal. 1999. V. 37. № 2. P. 145–153.
3. *Ewert R.* RPM – the fast Random Particle-Mesh method to realize unsteady turbulent sound sources and velocity fields for CAA applications // AIAA Paper. 2007. AIAA-2007-3506.
4. *Kopiev V.F., Zaitsev M.Yu., Chernyshev S.A., Kotova A.N.* The Role of Large-Scale Vortex in a Turbulent Jet Noise // AIAA paper. 1999. 99–1839.
5. *Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Новая корреляционная модель каскада турбулентных пульсаций как источник шума в струях // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 4. С. 482–497.
6. *Kopiev V., Chernyshev S.* Correlation model of quadrupole noise sources in turbulent jet: effect of refraction // AIAA paper. 2015. 2015–3130.
7. *Tam C.K.W., Burton D.E.* Sound generated by instability waves of supersonic flows: Part2. Axisymmetric jets // J. Fluid Mech. 1984. V. 138. P. 273–295.
8. *Kopiev V.F., Chernyshev S.A., Zaitsev M.Yu., Kuznetsov V.M.* Experimental validation of instability wave theory for round supersonic jet // AIAA Paper. 2006. AIAA-2006-2595.
9. *Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Об учете вязких эффектов при описании волн неустойчивости в сверхзвуковых струях // Изв. РАН МЖГ. 2009. Т. 44. № 5. С. 165–179.
10. *Jordan P., Colonius T.* Wave Packets and Turbulent Jet Noise // Annual Review of Fluid Mechanics. 2013. V. 45. P. 173–195.
11. *Cavaliere A.V., Jordan P., Colonius T., Gervais Y.* Axisymmetric superdirectivity in subsonic jets // J. Fluid Mech. 2012. V. 704. P. 388–420.
12. *Maia I.A., Jordan P., Cavaliere A.V.G., Jaunet V.* Two-point wavepacket modelling of jet noise // Proceedings of the Royal Society A. 2019. V. 475. № 2227. P. 20190199.
13. *Tam C.K., Viswanathan K., Ahuja K.K., Panda J.* The sources of jet noise: experimental evidence // J. Fluid Mech. 2008. V. 615. P. 253–292.
14. *Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Бендерский Л.А.* Динамическое воздействие турбулентной струи на окружающую среду // ДАН. 2020. Т. 491. С. 80–84.
15. *Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А.* Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981.
16. *Brès G.A., Lele S.K.* Modelling of jet noise: a perspective from large-eddy simulations // Philosophical Transactions of the Royal Society A. 2019. V. 377. № 2159. P. 20190081.
17. *Kopiev V.F.* Azimuthal Decomposition of Turbulent Jet Noise and Its Role for Diagnostic of Noise Sources // Advances in Aeroacoustics and Applications, VKI Lecture Series 2004–05, ed. by J. Anthoine, A. Hirschberg, von Karman Inst. for Fluid Dynamics, Sint-Genesius-Rode, Belgium. 2004. P. 1–24.
18. *Goldstein M.E.* A Generalized Acoustic Analogy // J. Fluid Mech. 2003. V. 488. P. 315–333.
19. *Crow S.C.* Aerodynamic sound emission as a singular perturbation problem // Studies in applied mathematics. 1970. V. 49. № 1. P. 21–46.
20. *Kopiev V., Chernyshev S.* Low-frequency correlation theory of noise sources in subsonic turbulent jet // In 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2019. AIAA paper 2019-2568.
21. *Morris P.J., Zaman K.B.* Velocity measurements in jets with application to noise source modeling // Journal of sound and vibration. 2010. V. 329. № 4. P. 394–414.
22. *Karabasov S.A., Afsar M.Z., Hynes T.P., Dowling A.P., McMullan W.A., Pokora C.D., Page G.J., and McGuirk J.J.* Jet Noise: Acoustic Analogy Informed by Large Eddy Simulation // AIAA Journal. 2010. V. 48. № 7. P. 1312–1325.
23. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
24. *Viswanathan K.* Mechanisms of jet noise generation: classical theories and recent developments // International journal of aeroacoustics. 2009. V. 8. № 4. P. 355–407.
25. *Markesteyn A.P., Karabasov S.A.* GPU CABARET flow and noise solutions of an installed jet configuration // In AIAA AVIATION 2020 FORUM. 2020. AIAA paper 2563.

ON TWO APPROACHES TO MODELING THE NOISE OF LOW-SPEED SUBSONIC JETS

O. P. Bychkov^a, M. Y. Zaytsev^a, V. F. Kopiev^a, S. A. Chernyshev^a, and G. A. Faranosov^a

^aMoscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia

The paper presents a detailed study of the structure of the sound field of a subsonic turbulent jet. Experimental data obtained by the azimuthal decomposition technique and numerical data obtained using large eddy simulation are used for the analysis. Two approaches to modeling noise sources are compared: “small-scale” turbulence model and instability waves model. It is shown that the model of “small-scale” turbulence makes it possible to reproduce nontrivial radiation directivity characteristics of azimuthal modes in a wide range of parameters and, apparently, is more adequate to the physics of noise generation processes in subsonic jets.

Keywords: turbulent jet, acoustic analogy, quadrupoles, instability waves

УДК 532.517.4, 52.337

О ВЫРОЖДЕНИИ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СИСТЕМЕ

© 2022 г. К. П. Зыбин^{1,2,*}, А. С. Ильин^{1,2}, А. В. Копьев¹, В. А. Сирота¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Рассмотрена динамика статистически однородного и изотропного магнитного поля, генерируемого несжимаемым турбулентным плазменным потоком с большим, но конечным, магнитным числом Прандтля. Оказывается, что в масштабах меньших, чем вязкий масштаб Колмогорова, нелинейное обратное воздействие магнитного поля на динамику жидкости экспоненциально затухает, несмотря на экспоненциально быстрый рост магнитного поля. Показано, что анизотропия диффузии в космической плазме приводит к дополнительному усилению эффекта затухания обратного воздействия. Также показано, что вырождение обратного воздействия приводит к энергетическому парадоксу, который разрешается на более поздней стадии развития начальных возмущений при приближении пространственного масштаба магнитных флуктуаций к колмогоровскому. Обсуждается возможность вырождения нелинейности в более сложных системах: нечто подобное может иметь место в гидродинамической турбулентности, давая возможность найти ключ к ее теоретическому анализу.

Ключевые слова: теория изотропной турбулентности, кинематическое динамо

DOI: 10.31857/S2686740022050169

ВВЕДЕНИЕ

Турбулентное динамо является наиболее естественным механизмом роста затравочного магнитного поля в астрофизических системах [1, 2]. Идея этого механизма заключается в том, что случайный перенос растягивает магнитные линии, увеличивая тем самым флуктуации магнитного поля. Действительно, уравнение транспорта магнитного поля $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ в несжимаемом проводящем потоке описывается уравнением индукции [3]:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{V} = (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{v} + \kappa \Delta \mathbf{V}, \quad (1)$$

где $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ – скорость потока, κ – коэффициент магнитной диффузии. Заметим, что уравнение индукции с точностью до переобозначений совпадает с уравнением Гельмгольца для завихренности. Таким образом, магнитное поле удовлетворяет тео-

ремам “вмороженности” на тех масштабах, на которых можно пренебречь диффузионным слагаемым, что и приводит к усилению флуктуаций магнитного поля на этих масштабах [3].

Принципиальным различием в динамике полей завихренности и магнитного поля является характер нелинейной обратной связи с полем скорости. Если для завихренности она проявляется в нелокальной кинематической связи со скоростью интегралом Био–Савара–Лапласа, то магнитное поле оказывает на проводящую среду обратное влияние динамически, с помощью силы Лоренца [3, 4]:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p_B + \mathbf{F} + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}_v, \quad (2)$$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V}. \quad (3)$$

Здесь $p_B = p + \frac{1}{8\pi} B^2$ – магнитное давление, ν – кинематическая вязкость, плотность взята равной единице, \mathbf{f}_v – стохастическая крупномасштабная накачка, поддерживающая стационарное турбулентное поле скорости. Таким образом, обратное воздействие магнитного поля является

¹Физический институт им. П.Н. Лебедева
Российской академии наук, Москва, Россия

²Национальный исследовательский университет
“Высшая школа экономики”, Москва, Россия

*E-mail: zybin@lpi.ru

квадратичным по полю и для малых затравочных полей является пренебрежимо малым. В данной работе исследуется зависимость от времени обратного влияния изначально малого магнитного поля на поле скорости. При этом рассматривается случай сильно проводящей турбулентной среды, характеризующейся большим магнитным числом Прандтля¹:

$$\text{Pr}_m = \frac{\nu}{\kappa} \approx \frac{r_v^2}{r_d^2} \gg 1, \quad (4)$$

где r_v — колмогоровский масштаб турбулентности [5], а r_d — масштаб диффузии магнитного поля [6]. Назовем мелкомасштабными возмущения, начальный масштаб которых $l \ll r_v$. Хорошо известен эффект экспоненциального нарастания мелкомасштабных возмущений в сильно проводящей турбулентной среде [6, 7]. В такой системе поле скорости можно аппроксимировать линейной функцией координат, и рост магнитного поля оказывается особенно эффективным. Однако структура возрастающего стохастического магнитного поля такова, что наивная оценка для обратной связи $|(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}| \cong B^2/r_d$ оказывается сильно завышенной [8]. Более того, учет сколь угодно малой, но конечной диффузии, приводит к парадоксальному результату: обратная связь после начальной стадии экспоненциального роста экспоненциально затухает при одновременном экспоненциальном росте магнитного поля [9]. В разделе 1 мы кратко обсуждаем данный результат. В разделе 2 мы показываем, что анизотропия магнитной диффузии, имеющая место в космической плазме, усиливает эффект вырождения обратного воздействия. Далее, в разделе 3 мы показываем, что обратная связь не может бесконечно убывать в случае конечности кинетической энергии потока, и за стадией экспоненциального затухания возобновляется стадия экспоненциального роста. Причина этого заключается в том, что по истечении определенного времени изначально мелкомасштабное магнитное поле существенным образом развивается в инерционном диапазоне турбулентных масштабов, где линейная аппроксимация скорости становится недостаточной, и хотя темп роста магнитного поля на этой стадии остается таким же, его механизм становится принципиально другим [10]. Наконец, в разделе 4 обсуждаются полученные результаты и их важность для теории гидродинамической турбулентности.

¹ Заметим, что при $\text{Pr}_m = 1$ начальная динамика магнитного поля совпадает с начальной динамикой акустической турбулентности [3].

1. ОБЗОР РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ [9]

В работе [9] нами рассматривались уравнения магнитной гидродинамики (1), (2) и анализировалась сила Лоренца, влияющая на поле скоростей. Как видно из уравнения (2), ее можно разделить на два члена: один из этих членов имеет градиентную форму и приводит к перенормировке давления, поэтому он не влияет на динамику скорости. Для другого члена показывается, что, хотя он содержит коррелятор магнитной индукции второго порядка и несмотря на экспоненциальный рост магнитного поля, этот член уменьшается. Причина в том, что стохастическое магнитное поле не является бесструктурным: области высокой индукции имеют форму трубок и листов, а градиент магнитного поля всегда почти точно ортогонален магнитной линии. Таким образом, его произведение на магнитную индукцию остается малым, а обратная связь на турбулентность остается пренебрежимо малой, даже несмотря на то, что сама индукция увеличивается.

Обнаруженное уменьшение “эффективной” части силы Лоренца тесно связано с магнитной диффузией потока. Аппроксимация “идеального проводника” ($\kappa = 0$) была проанализирована в работе [8]; было показано, что сила Лоренца возрастает экспоненциально. В работе [9] показано, что даже малая диффузия существенна: она замедляет рост магнитного поля (хотя он все еще остается экспоненциальным), и статистические моменты силы Лоренца всех степеней экспоненциально уменьшаются. Таким образом, сила Лоренца остается малой для любой конечной диффузии, если масштаб и амплитуда начальных флуктуаций достаточно малы.

Итак, оказывается, что обратная связь не оказывает влияния на механизм генерации поля и не влияет на стационарное значение флуктуаций магнитного поля в вязком диапазоне турбулентности. В связи с этим возникает вопрос об ограничении роста поля. Его причиной оказывается конечность вязкого диапазона скорости, что будет показано в разделе 3.

2. УЧЕТ АНИЗОТРОПИИ МАГНИТНОЙ ДИФфуЗИИ

Остановимся на приложении результата [9] к внутрикластерной среде (ICM), где возможно достижение больших магнитных чисел Прандтля [11, 12]. Физические условия в перегретой сильно разреженной плазме, пронизывающей скопления галактик, не подходят для вывода классических уравнений (1), (2). Так, частота соударений электронов в данной среде столь мала ($\sim 10^{-12}$ Гц), что даже в относительно слабом поле на магнитную диффузию начинает сказываться циклотронное вращение электронов [13]. Нарастающее из затра-

вочных мелкомасштабных возмущений магнитное поле достигает этих значений на кинематической стадии. Коэффициент магнитной диффузии вдоль магнитного поля остается не зависящим от поля, а поперек — становится пропорционален квадрату магнитного поля B^2 , что делает задачу динамо нелинейной и приводит к фактической невозможности дальнейшего аналитического анализа.

Однако описанный в предыдущем разделе эффект возникает из конечности поперечной магнитной диффузии (градиент магнитного поля всегда почти точно ортогонален магнитной линии). Таким образом, линейный анализ (1), (2) оказывается в данном случае оценкой сверху для времени начала экспоненциального затухания обратного влияния, поскольку увеличение поперечной магнитной диффузии способно только приблизить стадию вырождения.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПАРАДОКС

Вернемся к исходной постановке задачи с изотропной диффузией. Рассмотрим развитие малых мелкомасштабных возмущений магнитного поля в потоке плазмы с большим числом Прандтля [6, 7]. Используя уравнения (1) и (2), запишем уравнения динамики корреляторов плотностей магнитной и кинетической энергии:

$$\frac{1}{8\pi} \frac{\partial \langle B^2 \rangle}{\partial t} = -\langle \mathbf{vF} \rangle - \frac{\kappa}{4\pi} \langle (\nabla \mathbf{B})^2 \rangle, \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \langle v^2 \rangle}{\partial t} = \langle \mathbf{vF} \rangle - \nu \langle (\nabla \mathbf{v})^2 \rangle + \langle \mathbf{v} \mathbf{f}_v \rangle. \quad (6)$$

Индукционный член $J_S = -\langle \mathbf{vF} \rangle > 0$ перекачивает кинетическую энергию в магнитную, а диссипативные члены $P_\kappa = -\kappa \langle (\nabla \mathbf{B})^2 \rangle / 4\pi$, $P_\nu = -\nu \langle (\nabla \mathbf{v})^2 \rangle$ характеризуют тепловые потери. Кроме того, имеется крупномасштабная подкачка возмущений $\langle \mathbf{v} \mathbf{f}_v \rangle > 0$, необходимая для установления статистически стационарного состояния [4, 14]. При отсутствии обратной связи магнитная энергия в рассматриваемой системе экспоненциально увеличивается, поэтому экспоненциально увеличивается и индукционный член J_S , тем самым забирая все больше из кинетической энергии. Однако крупномасштабная подкачка $\langle \mathbf{v} \mathbf{f}_v \rangle$ является стационарной и не может поддерживать неограниченный рост индукционного члена. Возникающий тем самым энергетический парадокс означает, что рост обратной связи должен рано или поздно возобновиться. Для количественной оценки времени, на котором происходит возобновление роста, воспользуемся неравенством Коши–Буняковского:

$$\langle \mathbf{vF} \rangle \leq \sqrt{\langle v^2 \rangle \langle \mathbf{F}^2 \rangle}. \quad (7)$$

Из стационарности потока на кинематической стадии $\langle v^2 \rangle = \text{const}$. Таким образом, парадокс возникает уже на стадии идеального проводника: инкремент роста правой части (7) в два раза меньше инкремента роста в левой части, поскольку $\langle \mathbf{F}^2 \rangle$, $\langle \mathbf{B}^2 \rangle$ и $\langle \mathbf{vF} \rangle$ на этой стадии растут одинаково [8, 9]. Парадокс частично разрешается тем, что левая часть имеет гораздо меньшее значение на начальной стадии. Действительно,

$$-\langle \mathbf{vF} \rangle \cong \frac{\partial \langle B^2 \rangle}{\partial t} \cong \frac{B^2 \nu}{r_v}, \quad (8)$$

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle \langle \mathbf{F}^2 \rangle} \cong \frac{B^2 \nu}{l}. \quad (9)$$

Таким образом, на начальной стадии отношение правой и левой частей (7) равно $r_v/l \gg 1$. Однако инкремент роста $\langle \mathbf{B}^2 \rangle$ и $\langle \mathbf{F}^2 \rangle$ на стадии идеального проводника в два раза больше инкремента роста корреляционного масштаба возмущений магнитного поля [9]. Поэтому к тому моменту, когда левая и правая части (7) станут одинаковыми, масштаб возмущений будет равен $\sqrt{r_v l} \ll r_v$, т.е. будет лежать глубоко внутри диссипативной области. Внутри этой области, казалось бы, разложение поля скорости до линейного члена является бесспорным [15]. Однако оказывается, что для оценки обратной связи этого разложения становится недостаточно. Действительно, динамика \mathbf{F} подчиняется уравнению [8]:

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{F} = (\mathbf{F} \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{G} + \kappa(\dots), \quad (10)$$

$$\mathbf{G} = \sum_{i,j=1}^3 B_i B_j \partial_i \partial_j \mathbf{v}, \quad (11)$$

где (...) — это диффузионные слагаемые, которыми можно пренебречь на стадии идеального проводника; \mathbf{G} содержит вторую производную скорости и вначале мал по сравнению с остальными слагаемыми в (10) как l/r_v . Таким образом, на начальной стадии уравнения (10) и (1) совпадают, поэтому рост \mathbf{F} и \mathbf{B} идентичен. В то же время \mathbf{G} растет с удвоенным инкрементом как квадрат \mathbf{B} и начинает воздействовать на динамику \mathbf{F} (и определять ее), когда масштаб возмущений равен $\sqrt{r_v l}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Итак, несмотря на экспоненциальный рост магнитного поля в стохастически изотропном сдвиговом поле скорости, его обратное влияние $|(\mathbf{B} \nabla) \mathbf{B}|$ на поток вырождается. А именно, в процессе эволюции малых начальных возмущений происходит смена качественно различных асимптотических режимов. Первая стадия, в течение

которой статистические моменты магнитного поля и силы Лоренца экспоненциально нарастают [8], сменяется стадией, в течение которой моменты магнитного поля продолжают экспоненциально нарастать, а моменты силы Лоренца экспоненциально убывают [9]. Таким образом, магнитное поле не оказывает обратного воздействия на поток на тех масштабах, на которых поле скорости корректно аппроксимировать линейной функцией координат. Более того, в данной работе показано, что характерная для космической плазмы анизотропия магнитной диффузии только усиливает данный эффект.

Важным выводом данной работы является решение возникающего энергетического парадокса, согласно которому мощность вкачиваемой в магнитное поле энергии неограниченно возрастает и не может быть обеспечена стационарным турбулентным потоком. Оказывается, что квадратичные поправки в разложении поля скорости начинают сказываться на динамике обратной связи на масштабах порядка $\sqrt{r_l l}$. Найденная в [9] асимптотика оказывается промежуточной, что заранее неочевидно. Так, в вопросе роста магнитной энергии различие в механизмах роста на различных этапах может быть идентифицировано только при рассмотрении динамики локализованных возмущений [10]. Итак, мы видим, что неизменность инкремента роста квадратичного коррелятора магнитного поля не является общим свойством остальных корреляторов магнитного поля.

Наконец, отметим особую важность описанных эффектов магнитной гидродинамики для гидродинамической турбулентности. В более ранней работе авторов [16] предложены соображения об аналогичном вырождении нелинейного члена $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$ в гидродинамической турбулентности. Применяя данное соображение, в [16] удалось обосновать известные универсальные статистические свойства изотропной турбулентности и сделать некоторые предсказания, подтверждение которым в численных экспериментах было получено лишь совсем недавно [17]. Данная работа аналитически иллюстрирует соображения из [16] в конкретной турбулентной системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rincon F. Dynamo theories // Journal of Plasma Physics. 2019. V. 85. № 4. P. 205850401.
2. Kulsrud R.M., Anderson S.W. The spectrum of random magnetic fields in the mean field dynamo theory of the galactic magnetic field // The Astrophysical Journal. 1992. V. 396. P. 606–630.
3. Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б. О происхождении магнитных полей в астрофизике (Турбулентные механизмы “динамо”) // Успехи физических наук. 1972. Т. 106. № 3. С. 431–457.
4. Schekochihin A.A., Cowley S.C., Taylor S.F., Maron J.L., McWilliams J.C. Simulations of the small-scale turbulent dynamo // The Astrophysical Journal. 2004. V. 612. № 1. P. 276.
5. Колмогоров А.Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности // ДАН СССР. 1941. Т. 32. № 1. С. 19–21.
6. Казанцев А.П. Об усилении магнитного поля проводящей жидкостью // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 5 (11). С. 1806.
7. Chertkov M., Falkovich G., Kolokolov I., Vergassola M. Small-scale turbulent dynamo // Physical review letters. 1999. V. 83. № 20. P. 4065.
8. Schekochihin A., Cowley S., Maron J., Malyshkin L. Structure of small-scale magnetic fields in the kinematic dynamo theory // Physical Review E. 2001. V. 65. № 1. P. 016305.
9. Zybin K.P., Il'yn A.S., Kopyev A.V., Sirota V.A. No feedback is possible in a small-scale turbulent magnetic field // Europhysics Letters. 2020. V. 132. № 2. P. 24001.
10. Il'yn A.S., Kopyev A.V., Sirota V.A., Zybin K.P. Evolution of localized magnetic field perturbations and the nature of turbulent dynamo // Physics of Fluids. 2021. V. 33. № 7. P. 075105.
11. Schekochihin A.A., Boldyrev S.A., Kulsrud R.M. Spectra and growth rates of fluctuating magnetic fields in the kinematic dynamo theory with large magnetic Prandtl numbers // The Astrophysical Journal. 2002. V. 567. № 2. P. 828.
12. Plunian F., Stepanov R., Frick P. Shell models of magnetohydrodynamic turbulence // Physics Reports. 2013. V. 523. № 1. P. 1–60.
13. Richardson A.S. 2019 NRL plasma formulary. US Naval Research Laboratory, 2019.
14. Новиков Е.А. Функционалы и метод случайных сил в теории турбулентности // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. № 5. С. 1919.
15. Batchelor G.K. Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid Part 1. General discussion and the case of small conductivity // Journal of fluid mechanics. 1959. V. 5. № 1. P. 113–133.
16. Зыбин К.П., Сирота В.А. Модель вытягивающихся вихрей и обоснование статистических свойств турбулентности // Успехи физических наук. 2015. Т. 185. № 6. С. 593–612.
17. Iyer K.P., Sreenivasan K.R., Yeung P.K. Scaling exponents saturate in three-dimensional isotropic turbulence // Physical Review Fluids. 2020. V. 5. № 5. P. 054605.

ON THE DEGENERACY OF NONLINEARITY IN A TURBULENT SYSTEM

K. P. Zybin^{a,b}, A. S. П'ун^{a,b}, A. V. Копыев^a, and V. A. Sirota^a

^a*Lebedev Physical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^b*National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia*

The dynamics of a statistically homogeneous and isotropic magnetic field generated by an incompressible turbulent plasma flow with a large, but finite, magnetic Prandtl number is considered. It turns out that at scales smaller than the viscous Kolmogorov scale, the nonlinear feedback of the magnetic field on the fluid dynamics exponentially decreases, despite the exponential growth of the magnetic field. It is shown that the anisotropy of diffusion in the cosmic plasma leads to an additional decrease of the feedback. It is also shown that the degeneration of the feedback leads to an energy paradox, which is resolved at a later stage of the development of initial disturbances when the spatial scale of magnetic fluctuations approaches the Kolmogorov scale. The possibility of degeneracy of nonlinearity in more complex systems is discussed: something similar can take place in hydrodynamic turbulence, making it possible to find the key to its theoretical analysis.

Keywords: turbulence theory, kinematic dynamo problem

УДК 532.517.45

О ВКЛАДЕ ВОЛН НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

© 2022 г. М. А. Юдин^{1,*}, В. Ф. Копьев¹, С. А. Чернышев¹, Г. А. Фараносов¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Исследуется статистика пульсаций поля давления и скорости в дозвуковой турбулентной струе. Анализируются данные, полученные ранее в численном расчете методом LES для круглой струи с числом Маха $M = 0.8$ и числом Рейнольдса $Re \sim 750000$. Рассматриваются пульсации как в потенциальном ядре струи, так и в слое смешения. Для исследования статистики и выявления перемежаемости (свойства статистики отличаться от нормальной) используются функция плотности вероятности и значение эксцесса (отношения четвертого момента к квадрату второго). Показано, что в отличие от однородной изотропной турбулентности, где пульсации скорости имеют гауссовскую статистику, для турбулентной струи статистика поля скорости оказывается перемежаемой на границе потенциального ядра, и на внешней границе слоя смешения. Предложено объяснение этого различия, связанное с вкладом крупномасштабных колебаний среднего течения струи (волн неустойчивости). Также показано, что перемежаемость поля давления в области внешней границы турбулентной струи не может быть связана с крупномасштабными колебаниями, а является характеристикой мелкомасштабной турбулентности, также, как в случае однородной изотропной турбулентности.

Ключевые слова: турбулентная струя, статистика пульсаций, перемежаемость

DOI: 10.31857/S2686740022050133

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что одной из главных проблем аэроакустики является проблема генерации шума турбулентными потоками, поэтому проблема структуры турбулентности, особенно излучающей звук турбулентности, находится в центре работ по снижению шума современного самолета. Классическим предметом исследований является однородная изотропная турбулентность [1]. Однако не меньший интерес вызывает проблема турбулентности в потоках с ненулевой средней скоростью, например, в струйных течениях [2–4]. Помимо практического значения, такие исследования могут ответить на вопрос о том, в какой мере механизмы, определяющие динамику однородной изотропной турбулентности, имеют место в физически реализуемых турбулентных течениях.

Можно выделить два основных подхода к изучению турбулентности: структурный и статистический [5, 6]. Структурный подход заключается в

выделении интенсивных вихревых структур, которые играют существенную роль в развитии динамики течения [7–12]. В рамках второго подхода рассматривается статистика пульсаций различных гидродинамических величин и их производных [13–18]. Особый интерес представляет явление перемежаемости гидродинамических величин, которая определяется как значительное отклонение статистики величины от гауссовой в сторону аномально частого появления больших отклонений от среднего значения. Эти сильные отклонения связывают с интенсивными структурами, поэтому анализ перемежаемости находится на стыке структурного и статистического подходов [5, 6].

В данной работе исследуется статистика полей давления и скорости в турбулентной струе на основе данных численного моделирования струи с числом Маха $M = 0.8$ и числом Рейнольдса $Re \sim 750000$ [19]. База численных данных включает в себя более 900000 точек в пространстве и 4096 точек во времени, в которых заданы давление, компоненты скорости и компоненты завихренности. По аналогии с [20] основное внимание в данной работе уделяется анализу перемежаемости.

Известно, что в однородной изотропной турбулентности пульсации скорости имеют нормальное (гауссовское) распределение [1]. В на-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: mikleudin@ya.ru

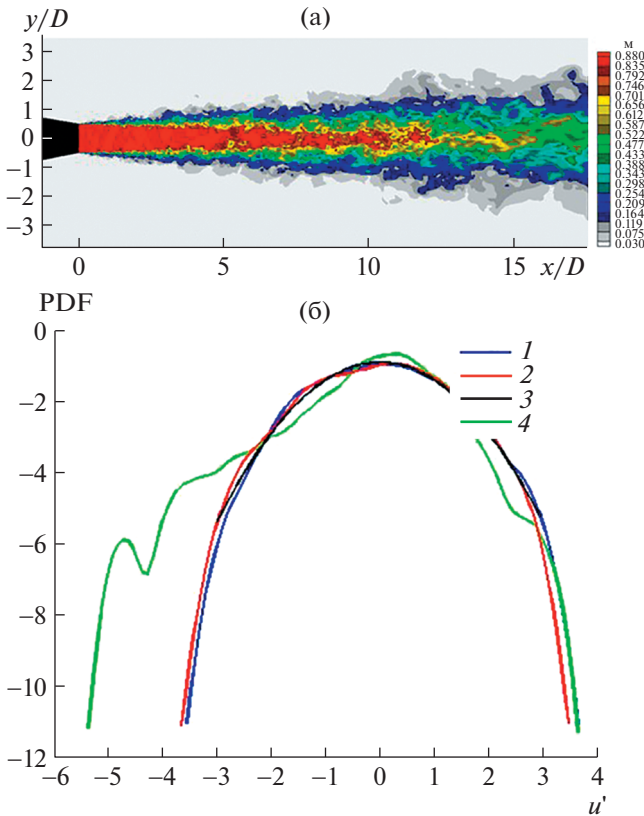


Рис. 1. а – Мгновенное поле числа Маха в турбулентной струе; б – плотность распределения нормализованных пульсаций продольной компоненты скорости в различных точках на оси струи.

стоящей работе показано, что в турбулентной струе статистика продольной компоненты скорости отличается от нормальной на границе потенциального ядра и на границе струи. Показано, что это отличие можно объяснить не принципиальным отличием мелкомасштабных пульсаций в струе от структуры однородной изотропной турбулентности, а крупномасштабными колебаниями среднего течения (волны неустойчивости). Предложена простая аналитическая модель, которая основана на представлении о том, что нормально распределенные мелкомасштабные пульсации происходят на фоне сдвига профиля среднего течения струи, вызванного его крупномасштабными колебаниями. Предложенная модель позволяет описать основные особенности статистики поля скорости в турбулентной струе.

Также исследована статистика пульсаций давления в струе. Показано, что поле давления в отличие от пульсаций скорости обладает свойством перемежаемости. Однако перемежаемость пульсаций давления в струе не может быть связана с крупномасштабными колебаниями, поскольку в отличие от средней скорости в струе, имеющей существенно неоднородный профиль, изменение

среднего поля давления в сечении струи незначительно. Возможной причиной больших отклонений давления от средней величины может быть наличие интенсивных мелкомасштабных вихревых структур в турбулентной струе. В этом отношении турбулентность в струе может не отличаться от однородной изотропной турбулентности, где поле давления также является перемежаемым [21].

Результаты, полученные в настоящей работе, подтверждают возможность переноса представлений о динамике однородной изотропной турбулентности на турбулентные струйные течения на уровне мелких масштабов.

1. ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ПРОДОЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ СКОРОСТИ

Рассмотрим нормализованные пульсации продольной компоненты скорости $u'_x = \frac{U_x - \langle U_x \rangle}{\sigma_u}$ в точках на оси струи, плотность распределения которых (PDF) представлена на рис. 1б.

При представлении данных используется логарифмический масштаб, в котором плотность вероятности для нормального распределения

$$\log(f(x)) = \log\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right) - \frac{(x - x_0)^2}{2\sigma^2} \quad (1)$$

представляется в виде параболы, где x_0 – среднее значение величины, а σ – ее дисперсия. В области потенциального ядра $x = 3D$ (линия 1), где D – диаметр сопла, и в области полного смешения $x = 15D$ (линия 2) пульсации поля скорости близки к нормальным (линия 3), а в конце начального участка струи, в переходной области между потенциальным ядром и областью полного смешения $x = 7D$ (линия 4), можно видеть существенное отличие статистики от нормальной.

Теперь рассмотрим поперечное сечение струи в области потенциального ядра при $x = 3.6D$. Статистика пульсаций продольной компоненты скорости оказывается отличной от нормальной на некотором удалении r от оси симметрии струи (рис. 2). Можно выделить четыре области:

1) внутри потенциального ядра статистика пульсаций близка к Гауссовой (рис. 2а);

2) на границе потенциального ядра и слоя смешения можно видеть отличие статистики от нормальной с появлением более частых выбросов в сторону меньших скоростей (рис. 2б);

3) в середине слоя смешения статистика снова оказывается близка к Гауссовой (рис. 2в);

4) на внешней границе слоя смешения, т.е. на границе самой струи, статистика пульсаций скорости отличается от нормальной с появлением

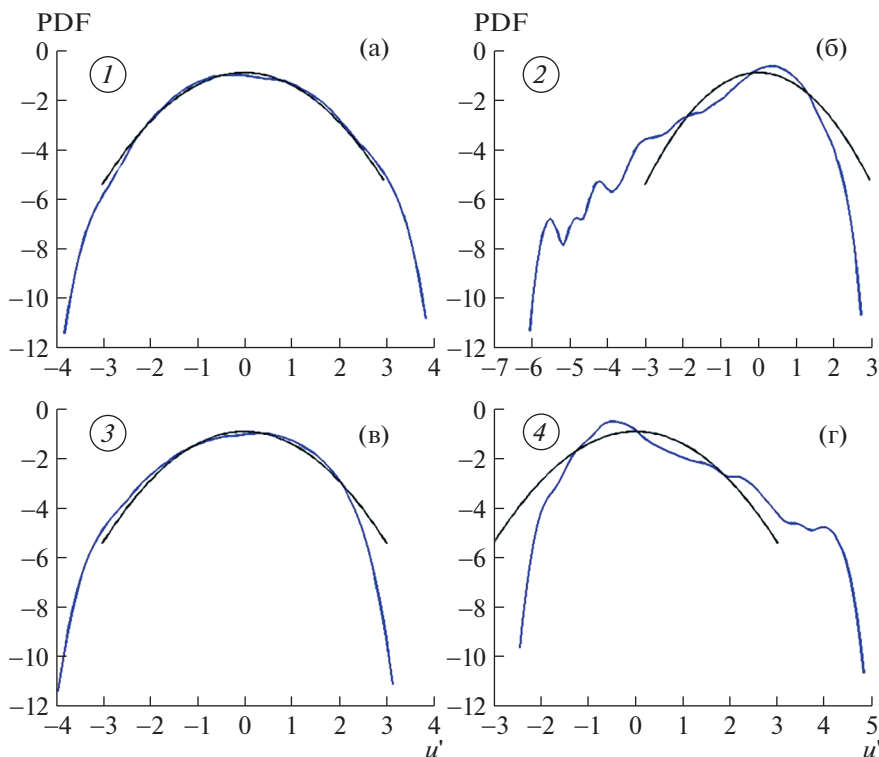


Рис. 2. Плотность распределения нормализованных пульсаций продольной компоненты скорости в поперечном сечении $x = 3.6D$ на различных удалениях r от оси струи ($r = 0.1D$ (а), $r = 0.3D$ (б), $r = 0.5D$ (в), $r = 0.9D$ (г)). Черная линия соответствует нормальному распределению.

более частых выбросов в сторону больших скоростей (рис. 2г).

Отклонение статистики от нормальной наблюдается в областях (2) и (4), где кривизна про-

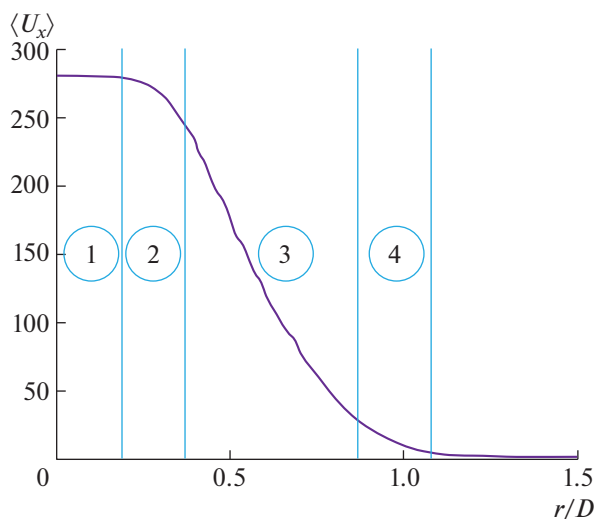


Рис. 3. Профиль средней продольной скорости в поперечном сечении $x = 3.6D$. Цифры на участках профиля соответствуют характерным функциям распределения рис. 2.

филя продольной компоненты скорости (вторая производная по r) среднего течения существенно отлична от нуля, и наоборот, в областях (1) и (3), где статистика близка к нормальной, кривизна профиля близка к нулю (рис. 3).

Помимо исследования функции распределения некоторой случайной величины x , удобным инструментом для анализа статистики являются высшие моменты функции распределения ее пульсаций x' :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int x f(x) dx, \quad x' = x - \langle x \rangle, \quad \text{и} \\ \langle x^n \rangle &= \int x'^n f(x) dx \quad \text{при } n \geq 2. \end{aligned} \tag{2}$$

Оценка степени перемежаемости исследуемой величины (отличия распределения от нормального) с нулевым средним определяется эксцессом: отношением четвертого момента к квадрату второго

$$FF = \frac{\langle x'^4 \rangle}{\langle x'^2 \rangle^2}. \tag{3}$$

Легко убедиться, что отношение (3) с учетом определений (2) для нормальной функции распределения (1) $FF = 3$. Статистика, для которой

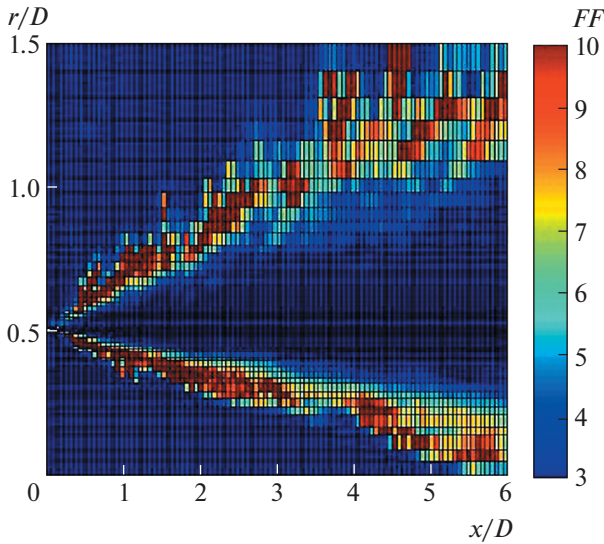


Рис. 4. Карта эксцесса продольной компоненты скорости.

эксцесс $FF \gg 3$, будет существенно отличаться от нормальной. Была построена карта эксцессов, вычисляемых по формуле (3) (рис. 4).

Синий цвет на рис. 4 соответствует величине эксцесса $FF = 3$, что означает, что статистика близка к гауссовой. Насыщенный красный цвет — $FF \geq 10$, что свидетельствует о сильном отличии статистики продольной скорости от нормальной. Однако при этом остается неизвестным, в какую сторону появляются более частые отклонения. Подробное исследование статистики, основанной на построении функций распределения, показало, что на границе между потенциальным ядром и слоем смещения наблюдаются более частые выбросы в сторону меньших значений скорости, а на внешней границе струи — в сторону больших.

Было проведено сравнение численных данных с результатами эксперимента в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ и показано, что отличие статистики от нормальной не является особенностью численного расчета, а наблюдается и в эксперименте.

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Покажем, что перемежаемость продольной компоненты скорости в турбулентной струе связана с наличием среднего течения и его крупномасштабными колебаниями. Представим скорость в виде суммы среднего течения, которое может совершать крупномасштабные колебания, и пульсационной турбулентной компоненты, статистику которой будем предполагать нормальной:

$$U_x = U_0(r) + u'_x. \quad (4)$$

Примером крупномасштабных колебаний течения могут служить волны неустойчивости, широко изучавшиеся различными авторами [22, 23]. Будем полагать, что крупномасштабные возмущения характеризуются смещениями среднего течения, имеющими нормальное распределение. Тогда распределение средней скорости $U_0(r_0)$ можно найти как распределение сложной функции, используя

$$f_u(U) = (U_0^{-1})' f_r((U_0^{-1})'), \quad (5)$$

где $f_u(U)$ — функция распределения первого члена в (4), а f_r — пульсаций среднего течения, которую мы

предполагаем нормальной $f_r(r_0) = \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_0^2}{2}\right)$.

Разложим $U_0(r)$ в окрестности $r = 0$ по формуле Тейлора

$$U_0(r) = U_0(0) + U_0'(0)r + \frac{1}{2}U_0''(0)r^2 + o(r^2). \quad (6)$$

Используя (5), (6) и $\delta U = \left(\frac{U_0(r) - U_0(0)}{U_0(0)}\right)$, можно получить функцию распределения пульсаций скорости при крупномасштабных колебаниях среднего течения

$$f_u(\delta U) = C \left(\frac{U_0'}{U_0} - \frac{U_0^2 U_0''}{2U_0^3} \delta V\right) \exp\left(-\frac{\delta U^2}{2\sigma_U}\right). \quad (7)$$

В случае, если необходимо посчитать статистику на некотором удалении от оси струи, то путем сдвига системы координат легко прийти к аналогичной формуле. Таким образом, выражение (7) справедливо во всей области течения. Далее к статистике (7) необходимо добавить мелко-масштабную пульсационную составляющую u'_x , статистику которой предполагаем нормальной.

Проанализируем полученный аналитический результат. В случае, когда вторая производная среднего течения равна нулю $U_0'' = 0$ (что верно в области потенциального ядра (1), и в области середины слоя смещения (3) (рис. 3)), согласно (7) статистика пульсаций скорости оказывается близкой к гауссовой. В случае $U_0'' \neq 0$ знак второй производной будет определять знак добавочного слагаемого (7). При $U_0'' < 0$ статистика будет иметь более частые выбросы в область меньших значений, что согласуется с результатами численного моделирования в области (2). При $U_0'' > 0$ статистика будет иметь более частые выбросы в область больших значений, что согласуется с результатами численного моделирования в области (4). Таким образом, основные особенности ухватываются предложенной моделью.

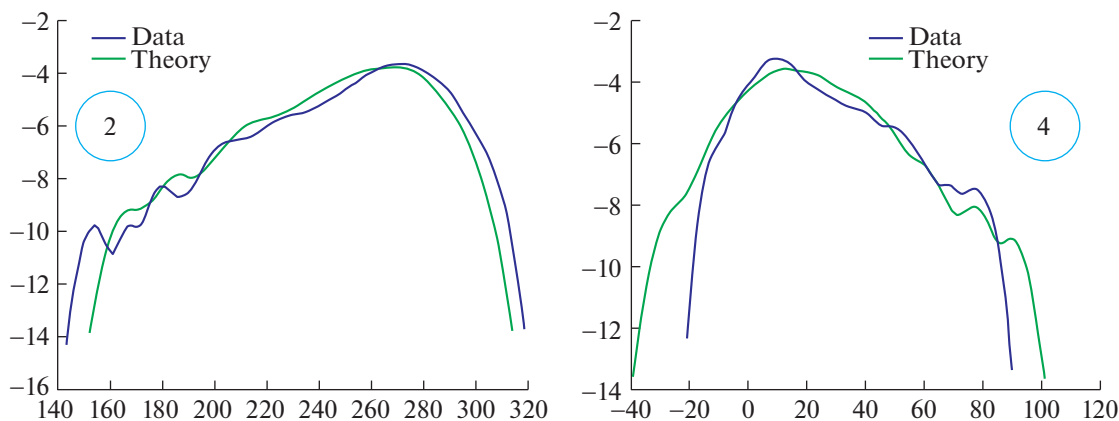


Рис. 5. Сравнение функций распределения продольной компоненты скорости для данных расчета и модельной теории. Область (2) ($x = 3.6D, r = 0.32D$) и (4) ($x = 3.6D, r = 0.93D$) совпадает с обозначениями, принятыми на рис. 3.

Найдем величину характерных колебаний среднего течения, при которой данные модели согласуются с результатами численного моделирования. Средний профиль аксиальной компоненты скорости $U_0(r)$ получен усреднением численных данных расчета по времени. Дисперсия колебаний струи как целого σ_r является свободным параметром модели, который будет выбираться из условия согласованности с численными данными. Это дает возможность вычислить распределение первого слагаемого (4) и рассчитать его дисперсию σ_U . Расчет функции распределения проводился методом Монте-Карло, что является более удобным методом, чем непосредственное использование формулы (5).

Дисперсия σ' турбулентных возмущений u'_x определяется по формуле $\sigma'^2 = \sigma_e^2 - \sigma_U^2$, которая получается из (4) в предположении независимости мелкомасштабных турбулентных пульсаций и крупномасштабных колебаний течения, где σ_e^2 — дисперсия возмущений аксиальной скорости, полученная из численных данных. Таким образом, по заданной характерной величине колебаний струи как целого σ_r и среднему течению, полученному из расчета, определяется функция распределения пульсаций скорости. На рис. 5 представлено сравнение распределения, полученного из анализа численного расчета, и с помощью предложенной модели для $\sigma_r = 0.065D$.

Как видно, даже простая модель для выбранного значения дисперсии хорошо согласуется с численным экспериментом. Далее получим независимую оценку амплитуды крупномасштабных колебаний. Для этого рассмотрим первую моду колебаний вида $\exp(i\varphi)$ (φ — азимутальный угол), которая в главном приближении описывает поперечные смещения струи как целого. Спектраль-

ная плотность первой моды радиальной скорости представлен на рис. 6.

Характерная частота колебаний $\nu_p = 3$ кГц, характерная скорость, полученная по спектральной плотности, $V \approx 6$ м/с. Тогда оценка характерной величины колебаний $\delta x = \frac{V}{\nu} \approx 0.05D$. Эта оценка оказалась близкой к величине, полученной ранее для модели пульсаций скорости.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

В работе также исследовалась статистика поля давления в ближнем поле струи. Для анализа статистики во всей расчетной области была построена карта эксцесса пульсаций давления, вычисляемого согласно формуле (3) (рис. 7). Из рис. 7

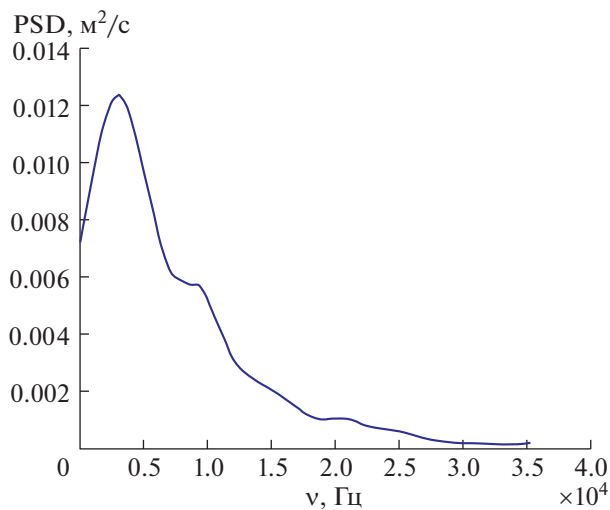


Рис. 6. Спектр первой моды в сечении $x = 3.6D$.

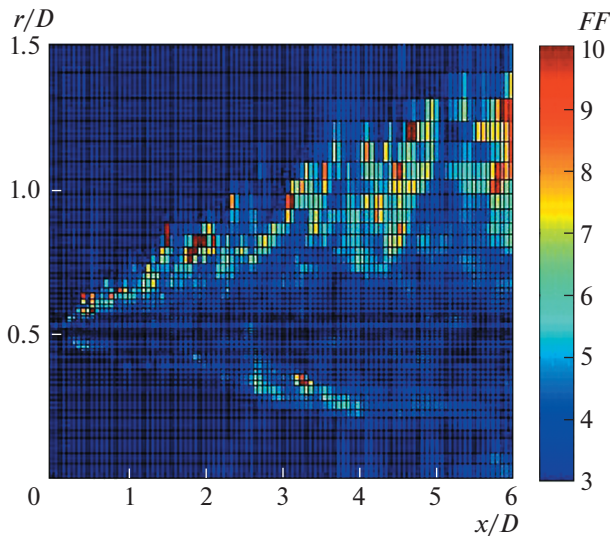


Рис. 7. Величины эксцесса для пульсаций давления.

видно, что статистика пульсаций давления перемежаема на внешней границе струи.

Как видно из рис. 8, модель, учитывающая крупномасштабные колебания струи и предполагающая гауссовость турбулентных пульсаций, предсказывает распределение, близкое к нормальному. Это связано с тем, что профиль среднего давления является сравнительно плоским, и его неоднородности недостаточно для объяснения больших отклонений.

На рис. 9 приведен график давления в одной из точек на границе струи. Прямыми (зелеными) линиями обозначены максимальное и минимальное давление в среднем течении. Как видно, выбросы в область меньших значений давления намного превышают амплитуды колебаний, которые могут быть связаны с колебаниями среднего течения.

Таким образом, показано, что перемежаемость статистики пульсаций давления не может быть связана с крупномасштабными колебаниями струи. С учетом того, что в однородной изотропной турбулентности поле давления также является перемежаемой величиной, можно предположить, что пульсации давления в этих двух случаях имеют одинаковую природу и связаны с наличием интенсивных мелкомасштабных вихревых структур в турбулентной струе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование статистики пульсаций скорости и давления в турбулентной высокоскоростной струе. Показано, что статистика аксиальной компоненты скорости отлична от нормальной в области внешней границы струи

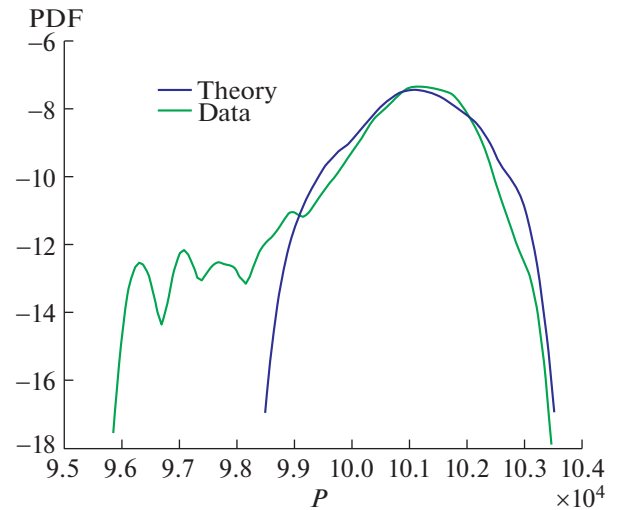


Рис. 8. Сравнение функций распределения давления для данных расчета и модельной теории в точке $x = 2D$, $r = 0.8D$.

и границы потенциального ядра. Предложено объяснение этого эффекта. При этом предполагается, что на уровне мелких масштабов пульсации скорости, так же, как и в случае однородной изотропной турбулентности, имеют нормальное распределение. А эффект перемежаемости связан с крупномасштабными колебаниями струи, которые приводят к большим отклонениям скорости от среднего значения в большую или меньшую сторону в зависимости от знака второй производной профиля средней скорости. Предложенное объяснение хорошо согласуется с численными данными.

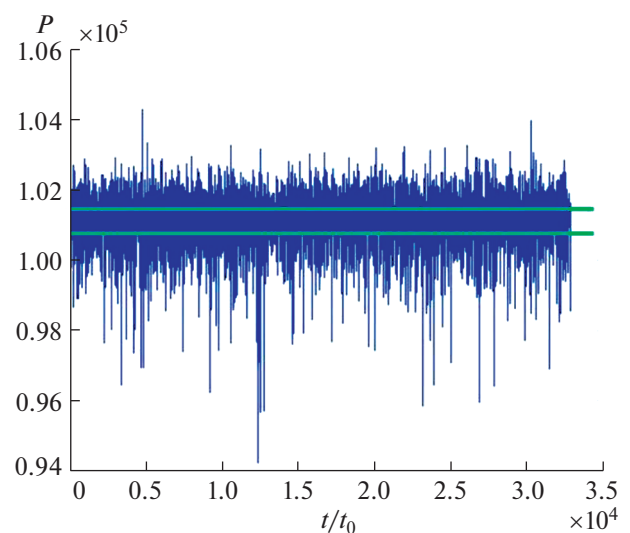


Рис. 9. Сравнение функций распределения давления для данных расчета и модельной теории.

Показано, что статистика поля давления отличается от нормальной на границе струи. В отличие от возмущений скорости перемежаемость пульсаций давления в струе не может быть связана с крупномасштабными колебаниями, поскольку изменение среднего поля давления в сечении струи незначительно. Возможной причиной больших отклонений давления от средней величины так же, как и в случае однородной изотропной турбулентности, может быть наличие интенсивных мелкомасштабных вихревых структур в турбулентной струе.

Главным выводом из полученных результатов является то, что для правильной трактовки статистики пульсаций гидродинамических величин в турбулентных струях необходимо учитывать крупномасштабные колебания струи, дающие при наличии градиента средней скорости существенный вклад в частоту возникновения возмущений с большими отклонениями от средней величины.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016). Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 2. М.: Наука, 709 с.
2. Carlos B. da Silva, Rodrigo R. Taveira, Guillem Borrell. Characteristics of the turbulent/nonturbulent interface in boundary layers, jets and shear-free turbulence // Journal of Physics: Conference Series, 2014.
3. Gauding M., Bode M., Brahami Y., Varea É. and Danaila L. Self-similarity of turbulent jet flows with internal and external intermittency // Journal of Fluid Mechanics. 2021. V. 919.
4. Kuznetsov V.R., Praskovsky A.A., Sabelnikov V.A. Fine scale structure of intermittent shear flow. // Journal of Fluid Mechanics. 1992. V. 243.
5. Tsinober A. An informal conceptual introduction to turbulence. Springer, 464 p.
6. Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
7. Frisch U., Sulem P.-L., Nelkin M. A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1978. V. 87. P. 719–736.
8. Jimenez J. et al. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1993. V. 255. P. 65–90.
9. She Z.-S., Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence // Physical Review Letters. 1994. V. 78. P. 336–339.
10. Farge M., Pellegrino G., Schneider K. Coherent Vortex Extraction in 3D Turbulent Flows Using Orthogonal Wavelets // Physical Review Letters. 2001. V. 87. 054501.
11. Зыбин К.П., Сирота В.А. Модель вытягивающихся вихрей и обоснование статистических свойств турбулентности // Успехи физических наук. 2015. С. 593–612.
12. Ishihara T., Gotoh T., Kaneda Y. Study of high-Reynolds number isotropic turbulence by direct numerical simulation // Annual Review of Fluid Mechanics. 2009. V. 41. P. 165–180.
13. Колмогоров А.Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности // ДАН СССР. 1941. Т. 32. С. 19–21.
14. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Успехи физических наук. 1967. Т. 93. С. 476–481.
15. Betchov R. An inequality concerning the production of vorticity in isotropic turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1956. V. 1. P. 497–504.
16. Antonia R.A., Chambers A.J., Satyaprakash B.R. Reynolds number dependence of high-order moments of the streamwise turbulent velocity derivative // Boundary Layer Meteorology. 1981. V. 21. P. 159–171.
17. Tsinober A., Kit E., Dracos T. Experimental investigation of the field of velocity gradients in turbulent flows // Journal of Fluid Mechanics. 1992. V. 242. P. 169–192.
18. Hill R. J. Equations relating structure functions of all orders // Journal of Fluid Mechanics. 2001. V. 434. P. 379–388.
19. Chernyshev S.A., Garbaruk A.V., Kopiev V.F., Shur M.L., Strelets M.Kh. Large scale structures in subsonic tone excited jet and their diagnostics in experiment by visualization and in numerical simulations // Proc. the 3rd International Workshop “Computational Experiment in Aeroacoustics”, 24–27 September 2014, Svetlogorsk, Russia. P. 108–112.
20. Camussi R., Bogy C. Intermittent statistics of the 0-mode pressure fluctuations in the near field of Mach 0.9 circular jets at low and high Reynolds numbers // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2021. P. 229–247.
21. Metais O., Lesieur M. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1992. V. 239. P. 157–194.
22. Беляев И.В., Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. Разработка стратегии активного управления волнами неустойчивости в невозбужденных турбулентных струях // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 3. С. 14–27.
23. Jordan P., Colonius T. Wave packets and turbulent jet noise // Annual review of fluid mechanics. 2013. V. 45. P. 173–195.

ON THE CONTRIBUTION OF INSTABILITY WAVES TO THE INTERMITTENCY OF THE VELOCITY DISTURBANCES IN TURBULENT JET

M. A. Yudin^a, V. F. Kopiev^a, S. A. Chernyshev^a, and G. A. Faranosov^a

^aMoscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia

The statistics of pressure and velocity field fluctuations in a subsonic turbulent jet is investigated in this paper. The data obtained earlier in the numerical calculation by the LES method for a round jet with Mach number $M = 0.8$ and Reynolds number $Re \sim 750000$ are analyzed. Pulsations are considered both in the potential jet core and in the mixing layer. To study statistics and identify intermittency (the property of statistics to differ from normal), the probability density function and the flat factor (the ratio of the fourth moment to the square of the second) are used. It is shown that, in contrast to homogeneous isotropic turbulence, where the velocity fluctuations have Gaussian statistics, for a turbulent jet, the velocity field statistics turns out to be intermittent at the boundary of the potential core and at the outer boundary of the mixing layer. An explanation for this difference is proposed, related to the contribution of large-scale fluctuations of the mean flow (instability waves). It is also shown that the intermittency of the pressure field in the region of the outer boundary of a turbulent jet cannot be associated with large-scale oscillations, but is a characteristic of small-scale turbulence, as well as in the case of homogeneous isotropic turbulence.

Keywords: turbulent jet, pulsation statistics, intermittency

УДК 532.527

РАЗВИТИЕ НАЧАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ НЕЗАКРЕПЛЕННОГО ЦИЛИНДРА ЦИРКУЛЯЦИОННЫМ ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ ЗАВИХРЕННОСТЬЮ

© 2022 г. М. А. Юдин^{1,*}, В. Ф. Копьев¹, С. А. Чернышев¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Рассмотрена двумерная система, имеющая вид незакрепленного кругового цилиндра, помещенного в циркуляционный поток невязкой несжимаемой жидкости с переменной завихренностью. Работа посвящена изучению процессов, происходящих в критических слоях вихревых течений (область, в которой фазовая скорость возмущений совпадает со скоростью среднего течения) на примере задачи, имеющей точное аналитическое решение. Ранее для такой системы была рассмотрена и описана дискретная часть спектра, т.е. были получены отдельные собственные колебания и показано, что в определенном диапазоне параметров система обладает сдвиговой неустойчивостью. В настоящей работе рассмотрены особенности динамики системы, связанные с непрерывным спектром. С этой целью решена начальная задача и проведен анализ процесса нарастания больших возмущений завихренности в окрестности критического слоя из состояния с гладкими начальными условиями.

Ключевые слова: сдвиговая неустойчивость, критический слой, начальная задача

DOI: 10.31857/S2686740022050145

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассматривался случай потенциальных возмущений в двумерной системе, имеющей вид незакрепленного кругового цилиндра, помещенного в циркуляционный поток невязкой несжимаемой потенциальной жидкости или жидкости с постоянной завихренностью, ограниченный внешней жесткой круговой границей. Колебания такой системы характеризуются наличием критического слоя, в котором фазовая скорость возмущений совпадает со скоростью среднего течения. В случае потенциальных возмущений на критическом слое не возникает особенностей возмущений скорости. Однако критический слой оказывается сингулярной областью для поля смещения, что оказывается важным при малых изменениях исходной системы, например, добавлении в течение пассивной примеси или малой неоднородности среднего поля завихренности. Для описания этих явлений в работе [2] для потенциальных возмущений поставлена и решена началь-

ная задача, в которой учтены возмущения как дискретного, так и непрерывного спектра (особенности такого решения на примере плоскопараллельной задачи рассмотрены в [3]). Решение этой задачи в [2] показывает, каким образом возникает особенность поля смещения в критическом слое при первоначально гладких возмущениях.

В данной работе рассматривается та же система, что и в [2], с тем отличием, что циркуляционный поток имеет монотонно меняющуюся по радиусу завихренность. В случае малой монотонной завихренности дискретные собственные колебания, имевшие действительные частоты в системе [2], приобретают мнимую добавку к частоте, в результате чего реализуется так называемая сдвиговая неустойчивость [4, 5]. Сдвиг собственной частоты в комплексную плоскость приводит к тому, что колебания перестают быть сингулярными в критическом слое. Тем не менее при близости собственной частоты к действительной оси амплитуда возмущений в окрестности критического слоя достигает большой величины. Отметим, что в отличие от плоскопараллельного течения, которое в потенциальном случае сводится к тривиальному постоянному потоку, циркуляционное потенциальное течение имеет характерную зависимость средней скорости от радиуса $\sim 1/r$. Поэтому

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: mikleudin@ya.ru

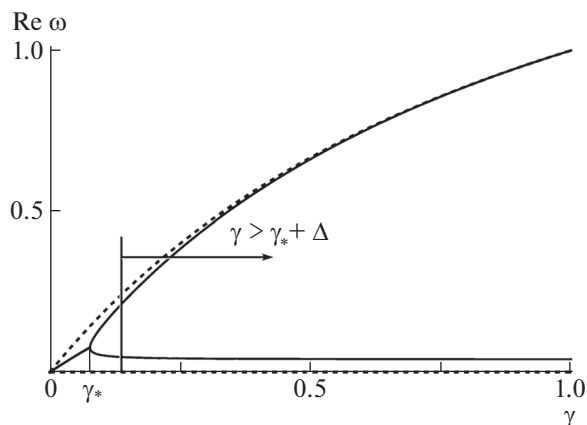


Рис. 1. Зависимость действительной части собственных частот $\omega_{1,2}$ от параметра γ , представляющего собой отношение плотности жидкости к плотности цилиндра ($\gamma = 0$ соответствует бесконечно тяжелому цилиндру) [1], пунктирная линия соответствует безграничному случаю (отсутствие внешней границы) [4].

наложение на такое течение даже слабой монотонно меняющейся средней завихренности позволяет проявиться важным эффектам, связанным с появлением критических слоев в системе и, в частности, сдвиговой неустойчивости.

Целью настоящей работы является исследование процессов нарастания возмущений в окрестности критического слоя, что требует решения задачи о развитии начального возмущения, включающего возмущения непрерывного спектра. Рассматривается малая средняя завихренность простейшего вида с зависимостью от радиуса $\sim 1/r$, позволяющая получать и анализировать точное решение.

Отметим, что ситуация с произвольным профилем средней завихренности также в ряде случаев имеет точное аналитическое решение, но нас будет в первую очередь интересовать случай слабо меняющейся завихренности, в котором инкремент неустойчивости оказывается малым. Именно такая ситуация приводит к интересным физическим следствиям, главная особенность которых связана с большой амплитудой возмущений на критическом слое. Наличие слабой завихренности фактически запускает процесс интенсификации вихревого поля на критическом слое и может иметь важные приложения в динамике интенсивных криволинейных вихревых нитей, когда наличие множества близко расположенных критических слоев приводит к турбулизации целых областей течения вблизи вихревого ядра [5].

Рассматриваемая в работе начальная задача для колебаний свободного цилиндра в безграничном [4] или ограниченном [1] циркуляционном

потоке имеет точное аналитическое решение. Анализ этого решения показывает, что в ограниченном течении сдвиговая неустойчивость, сопровождаемая интенсификацией возмущений завихренности вблизи критического слоя, возникает как в случае нарастающей, так и убывающей средней завихренности. Это приводит к реализации двух ветвей неустойчивости [1] (рис. 1). Сдвиговая неустойчивость реализуется справа от точки пересечения дисперсионных кривых. Слева реализуется неустойчивость, связанная с конечностью области течения, которая исчезает в случае безграничного течения. Наличие неустойчивости второго типа дополнительно осложняет задачу, и соответствующая ей область параметров в этой работе рассматриваться не будет, поскольку нас интересуют в первую очередь эффекты, связанные с реализацией сдвиговой неустойчивости.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим систему, состоящую из внутреннего свободного цилиндра, циркуляционного потока невязкой несжимаемой жидкости вокруг него и внешнего закрепленного цилиндра, ограничивающего область течения (рис. 2). В положении равновесия цилиндры расположены коаксиально. Зададим угловую скорость среднего течения $U_0(r) = \frac{U_m}{r^2} + \mu \frac{\Omega_1}{r}$, где U_m , Ω_1 – некоторые константы, $\mu \ll 1$ – безразмерный малый параметр. Первый член соответствует потенциальной части среднего течения, второй – наложенной малой монотонной завихренности, которая имеет вид $\mu \Omega_1/r$, малость μ означает, что для среднего течения угловая скорость, индуцированная такой завихренностью, много меньше потенциальной части скорости.

Цилиндр в начальный момент времени $t = 0$ приводится в движение импульсной передачей ему скорости V_0 , в предположении, что при $t < 0$ система находится в равновесии. В линейном приближении исследуются динамика цилиндра и развитие возмущений в потоке, в частности, особенности поля течения в окрестности критического слоя, связанные с ростом смещения жидких частиц и интенсификации завихренности.

Как и в работах [1, 2, 4–6], решение ищется с помощью переменной поля смещения ϵ , впервые введенной Чандрасекхаром [7] и описанной в монографии Дразина и Рейда [8]. Поле смещения ϵ – эйлерова переменная, описывающая отклонение жидких частиц при возмущении течения от их траектории в стационарном течении. В несжимаемой жидкости поле смещения является бездивергентным

$$\nabla \boldsymbol{\varepsilon} = 0 \quad (1)$$

и его эволюция описывается уравнением

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial t} + \nabla \times (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{V}_0) = \mathbf{v}, \quad (2)$$

где \mathbf{V}_0 – поле скорости стационарного течения, \mathbf{v} – возмущения скорости. Для замыкания уравнений (1), (2) будем использовать дополнительное условие изозавихренности возмущений, введенное Арнольдом [9, 10]. Для таких возмущений поле смещения $\boldsymbol{\varepsilon}$ связывает возмущение поля завихренности $\delta \boldsymbol{\Omega}$ со значением завихренности в стационарном течении $\boldsymbol{\Omega}_0(r)$ с помощью соотношения [8]

$$\delta \boldsymbol{\Omega} = \nabla \times (\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\Omega}_0), \quad \boldsymbol{\Omega}_0 = \nabla \times \mathbf{V}_0, \quad (3)$$

и с возмущением скорости

$$\mathbf{v} = \nabla \times \delta \boldsymbol{\Omega}. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(4) описывают динамику изозавихренных возмущений стационарного течения при произвольном поле завихренности. Отметим, что изозавихренные возмущения не исчерпывают всех возмущений вихревого поля, а представляют собой только возмущения, которые могут быть получены произвольным бездивергентным смещением жидких частиц.

В линейном приближении, следуя [1], уравнение границы подвижного цилиндра запишем как

$$r = R_1 + \xi_0 \exp(i\varphi),$$

где $\xi_0 = x_0 - iy_0$ – смещение центра цилиндра относительно положения равновесия. Нормальная к поверхности цилиндра компонента поля смещения должна совпадать со смещением поверхности цилиндра в силу условия непротекания. Таким образом, будем искать поле смещения в виде первой гармоники по углу φ :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(r, t, \varphi) = \begin{pmatrix} \varepsilon^r(r, t) \\ \varepsilon^\varphi(r, t) \end{pmatrix} \exp(i\varphi). \quad (5)$$

Тогда уравнения (1)–(5) с учетом радиально симметричного среднего течения с угловой скоростью $U_0(r)$ можно переписать в виде

$$ir \frac{\partial^3 \varepsilon^r}{\partial r^2 \partial t} + 3i \frac{\partial^2 \varepsilon^r}{\partial r \partial t} - \frac{\partial^2 \varepsilon^r}{\partial r^2} r U_0 - \frac{\partial \varepsilon^r}{\partial r} (3U_0 + 2rU_0') = 0 \quad (6)$$

с граничными условиями непротекания на внешнем и внутреннем цилиндрах $\varepsilon^r|_{r=R_1} = \xi_0$, $\varepsilon^r|_{r=R_2} = 0$ и начальным условием отсутствия возмущений течения при $t = 0$: $\varepsilon^r|_{t=0} = 0$. Смещение центра цилиндра ξ_0 само определяется динамикой цилиндра под действием сил давления со стороны жидкости [2]:

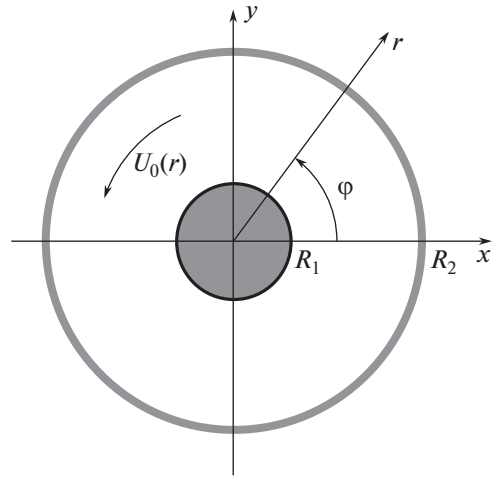


Рис. 2. Рассматриваемая колебательная система.

$$M \ddot{\xi}_0 = -\pi R_1 \left(-r \frac{\partial^2 \varepsilon^r}{\partial t^2} + r^2 U_0^2 \frac{\partial \varepsilon^r}{\partial r} - 2ir^2 U_0 \frac{\partial^2 \varepsilon^r}{\partial r \partial t} - r^2 \frac{\partial^3 \varepsilon^r}{\partial r \partial t^2} \right)_{r=R_1}. \quad (7)$$

Уравнение (7) дополним начальными условиями $\xi_0|_{t=0} = 0$, $\frac{\partial \xi_0}{\partial t}|_{t=0} = V_0$, соответствующими приданию в начальный момент скорости V_0 подвижному цилиндру.

Таким образом, необходимо совместное решение уравнений динамики жидкости и цилиндра с заданными начальными и граничными условиями.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Для нахождения решения можно воспользоваться методом, использованным в [2], где получено искомое решение в частотном пространстве, от которого затем взято обратное преобразование Фурье для того, чтобы получить решение поставленной начальной задачи во временной области. Исследуется процесс развития возмущений в среднем течении после мгновенного придания начального движения внутреннему цилиндру. Для случая потенциального среднего течения между цилиндрами или течения с постоянной завихренностью [2] такой метод решения в частотном пространстве оказался очень удобен, поскольку интеграл, определяющий структуру решения в частотной области, удается взять точно.

В рассматриваемом случае среднего течения с переменной по радиусу завихренностью удобно поступить по-другому. Разобьем решение поставленной задачи Коши в линейном приближении на сумму двух решений:

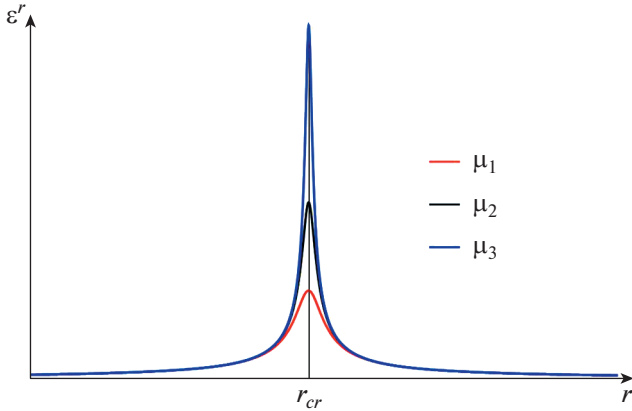


Рис. 3. Амплитуда поля смещения вблизи критического слоя для различной завихренности в среднем течении ($\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$).

1) решение $\epsilon_1^r(r, t)$, удовлетворяющее граничным условиям непротекания на внешнем и внутреннем цилиндре. Это решение не обязано быть нулевым в области между цилиндрами в началь-

ный момент времени, поэтому в качестве подходящего решения могут быть выбраны собственные колебания, полученные ранее [2];

2) решение $\epsilon_2^r(r, t)$ с нулевыми граничными условиями и начальным условием $\epsilon_2^r(r, 0) = -\epsilon_1^r(r, 0)$.

Легко видеть, что решение $\epsilon^r(r, t) = \epsilon_1^r(r, t) + \epsilon_2^r(r, t)$ будет удовлетворять и граничным условиям на поверхностях цилиндров, и начальному условию отсутствия возмущений в самом течении, и таким образом оно будет представлять искомое решение задачи.

Решение для собственных колебаний $\epsilon_1^r(r, t)$, полученное в [2], удовлетворяющее требуемым граничным условиям, представляет собой сумму двух гармоник

$$\epsilon_1^r(r, t) = \frac{iV_0 I(r, \omega_1)}{(\omega_1 - \omega_2) I(R_1, \omega_1)} \exp(-i\omega_1 t) + \frac{iV_0 I(r, \omega_2)}{(\omega_2 - \omega_1) I(R_1, \omega_2)} \exp(-i\omega_2 t), \tag{8}$$

где

$$I(r, \omega) = \frac{(R_2 - r)(2rU_m\omega + 2R_2U_m\omega - \mu U_m\Omega_1 + \mu rR_2\omega\Omega_1)}{(4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2)(U_m + r(-r\omega + \mu\Omega_1))(U_m + R_2(-R_2\omega + \mu\Omega_1))} + \frac{\mu\Omega_1 \ln \left[\frac{(2R_2\omega - \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})(-2r\omega + \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})}{(2r\omega - \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})(-2R_2\omega + \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})} \right]}{(4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2)^{3/2}},$$

а частоты $\omega_{1,2}$ определяются из решения следующего уравнения $-\omega^2 + \gamma \left(\omega^2 - \frac{1}{R_1^2 I(R_1, \omega)} \right) = 0$. Однако это решение, как указано выше, не обращается в начальный момент в нуль во всей области между цилиндрами и не является, очевидно, решением искомой начальной задачи.

Собственные колебания (8) во многом аналогичны колебаниям в задаче о потенциальных возмущениях, однако их амплитуда теперь не обращается в бесконечность на критическом слое, а остается конечной, хотя и большой. В случае безграничного течения [4] собственное колебание имеет вид

$$\epsilon_1^r(r, t) = C \frac{U_m - \omega_1 R_1^2}{((U_m - \omega_1 r^2) - i\delta r^2)} \exp(-i(\omega_1 + i\delta)t), \tag{9}$$

где инкремент пропорционален градиенту завихренности в критическом слое, т.е. $\delta \sim \mu$.

При уменьшении градиента средней завихренности, т.е. при $\mu \rightarrow 0$, уменьшается инкремент неустойчивости δ . При этом поле смещения на

критическом слое $r^2 = U_m/\omega_1$ оказывается не бесконечным, но большим с амплитудой, растущей обратно пропорционально инкременту неустойчивости δ (рис. 3). В предельном случае потенциального обтекания получим сингулярность за счет обращения в бесконечность амплитудного множителя (9).

Для возмущений завихренности предельный переход $\mu \rightarrow 0$ отличается от описанного выше предела для поля смещения. Если поле смещения на критическом слое стремится к бесконечности, поле возмущений завихренности остается конечным, хотя и большим. Действительно, из (3) следует соотношение, связывающее амплитуды возмущений завихренности и поля смещения при любом r , в том числе и в критическом слое $\delta\Omega(r, t) = \mu \frac{\Omega_1}{r^2} \epsilon_1^r$. Легко видеть, что при $\mu \rightarrow 0$ возмущения завихренности стремятся к нулю во всей области течения, кроме окрестности критического слоя, где амплитуда возмущений завихренности остается конечной, поскольку в этой области малый параметр μ входит одновременно и в числи-

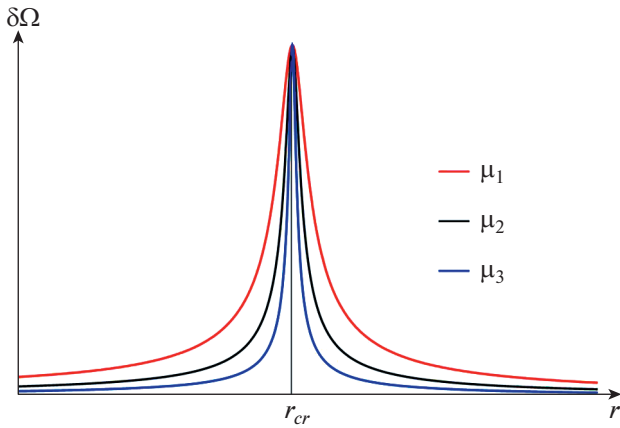


Рис. 4. Амплитуда возмущений завихренности вблизи критического слоя для различной завихренности в среднем течении ($\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$).

тель, и в знаменатель выражения для амплитуды $\delta\Omega(r, t) \sim \mu \frac{\Omega_1}{r^2} \frac{1}{\delta} \exp(-i(\omega + i\delta)t)$.

На рис. 4 представлено изменение амплитуды возмущений завихренности при уменьшении градиента завихренности в среднем течении ($\mu \rightarrow 0$). Можно видеть уменьшение ширины слоя, в котором возмущения завихренности значительны, при сохранении максимального значения амплитуды. В предельном случае потенциального течения ширина слоя завихренности стремится к нулю, что соответствует стремлению к нулю вклада этой завихренности в поле скорости.

Теперь перейдем к получению решения $\varepsilon_2^r(r, t)$. Будем решать уравнение (6) с нулевыми граничными условиями

$$\varepsilon_2^r(R_1, t) = 0, \quad \varepsilon_2^r(R_2, t) = 0 \quad (10)$$

и начальным условием

$$\varepsilon_2^r(r, 0) = -\varepsilon_1^r(r, 0) = \varepsilon_0(r),$$

где в силу (8) $\varepsilon_0(r) = \frac{iV_0}{(\omega_1 - \omega_2)} \left[\frac{I(r, \omega_1)}{I(R_1, \omega_1)} - \frac{I(r, \omega_2)}{I(R_1, \omega_2)} \right]$.

Легко видеть, что при $r = R_{1,2}$ величина $\varepsilon_0(r)$ обра-

щается в нуль, что согласуется с граничным условием (10) в начальный момент.

Применим одностороннее преобразование Фурье

$$E^r(r, \omega) = \int_0^\infty \varepsilon_2^r(r, t) \exp(i\omega t) dt$$

к уравнению (6) и с учетом начального условия получим

$$r(\omega - U_0(r)) \frac{\partial^2 E^r}{\partial r^2} + 3(\omega - U_0(r)) \frac{\partial E^r}{\partial r} - 2rU_0' \frac{\partial E^r}{\partial r} = ir \frac{\partial^2 \varepsilon^r}{\partial r^2} \Big|_{t=0} + 3i \frac{\partial \varepsilon^r}{\partial r} \Big|_{t=0}. \quad (11)$$

Правая часть определяется начальным условием и вычисляется взятием производных от $\varepsilon_0(r)$. Граничные условия (10) переписутся в виде $E(R_1, \omega) = 0, E(R_2, \omega) = 0$.

Решение неоднородного уравнения (11) будем искать с помощью метода неопределенных коэффициентов $E(r, \omega) = C_1(r, \omega) + C_2(r, \omega) I(r, \omega)$, где

$$C_1(r, \omega) = \int_r^{R_2} \frac{ir_1 \frac{\partial^2 \varepsilon^r(r_1)}{\partial r_1^2} \Big|_{t=0} + 3i \frac{\partial \varepsilon^r(r_1)}{\partial r_1} \Big|_{t=0}}{r_1(\omega - U_0) \frac{\partial I(r_1, \omega)}{\partial r_1}} I(r_1, \omega) dr_1 + B_1(\omega),$$

$$C_2(r, \omega) = - \int_r^{R_2} \frac{ir_1 \frac{\partial^2 \varepsilon^r(r_1)}{\partial r_1^2} \Big|_{t=0} + 3i \frac{\partial \varepsilon^r(r_1)}{\partial r_1} \Big|_{t=0}}{r_1(\omega - U_0) \frac{\partial I(r_1, \omega)}{\partial r_1}} dr_1 + B_2(\omega).$$

Константы $B_1(\omega)$ и $B_2(\omega)$, в свою очередь, определяются из граничных условий. Так, из условия $E(R_2, \omega) = 0$ сразу следует, что $B_1(\omega) = 0$. Второе граничное условие рассмотрим позднее. Решение можно представить в виде

$$E(r, \omega) = \int_r^{R_2} (F_1 + F_2) dr_1, \quad (12)$$

$$F_1 = \frac{i(r - r_1)(2(r + r_1)U_m\omega - \mu U_m\Omega_1 + rr_1\omega\mu\Omega_1)(3\varepsilon_0'(r_1) + r_1\varepsilon_0''(r_1))}{(4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2)(U_m + r(-\omega r + \mu\Omega_1))},$$

$$F_2 = - \frac{i\mu\Omega_1(U_m + r_1(-\omega r_1 + \mu\Omega_1))(3\varepsilon_0'(r_1) + r_1\varepsilon_0''(r_1))}{(4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2)^{3/2}} \times \ln \left[\frac{(-2r\omega + \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})(2r_1\omega - \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})}{(2r\omega - \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})(-2r_1\omega + \mu\Omega_1 + \sqrt{4U_m\omega + \mu^2\Omega_1^2})} \right].$$

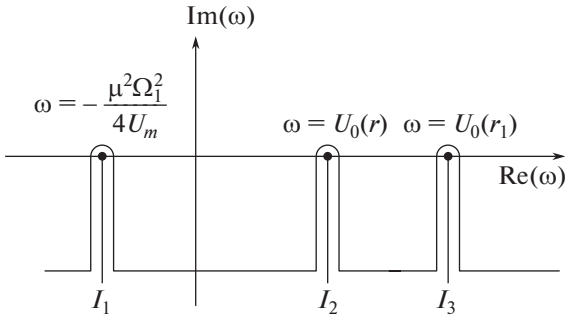


Рис. 5. Разрезы функции F_2 .

Интегрирование выражения (12) и взятие обратного преобразования Фурье перестановочны. Рассмотрим обратное преобразование Фурье от подынтегральной функции

$$f_1 = \int_{-\infty}^{\infty} F_1 \exp(i\omega t) dt = \pi i \cdot \operatorname{res}_{\omega = \frac{\mu^2 \Omega_1^2}{4U_m}} [F_1 \exp(-i\omega t)] + \pi i \operatorname{res}_{\omega = U_0(r)} [F_1 \exp(-i\omega t)] = O(\mu) \exp\left(-i \frac{\mu^2 \cdot \Omega_1^2}{4U_m} t\right) + \left(\frac{r^2 - r_1^2}{2r^2} (3\varepsilon_0'(r_1) + r_1 \varepsilon_0''(r_1)) + O(\mu)\right) \exp(-iU_0(r)t).$$

Рассмотрим теперь второе слагаемое в (12). Функция F_2 обладает алгебраической точкой ветвления $\omega = -\frac{\mu^2 \Omega_1^2}{4U_m}$ и двумя логарифмическими точками ветвления $\omega = U_0(r)$, $\omega = U_0(r_1)$. Проведем разрезы функции F_2 , как указано на рис. 5, и выберем ветвь функции $\sqrt{4U_m \omega + \Omega_1^2}$ таким образом, что при $4U_m \omega + \Omega_1^2 > 0$ корень принимает положительное значение. Ветви логарифмических функций выберем так, чтобы логарифм обращался в нуль при обращении аргумента в единицу.

Деформируя контур интегрирования (рис. 5), получим, что обратное преобразование Фурье будет равно сумме трех интегралов по разрезам

$$f_2 = I_1 + I_2 + I_3.$$

Проводя необходимые вычисления, получим, что $I_1 = O(\mu)$, $I_2 = O(\mu)$, $I_3 = O(\mu)$. Таким образом,

$$\varepsilon_2^r = \int_r^{R_2} \frac{(r^2 - r_1^2)}{2r^2} (3\varepsilon_0'(r_1) + r_1 \varepsilon_0''(r_1)) \times \exp(-iU_0(r)t) dr_1 + O(\mu).$$

Проводя интегрирование, получим

$$\varepsilon_2^r(r, t) = \varepsilon_0(r) \exp(-iU_0(r)t) + O(\mu).$$

Полученное решение удовлетворяет граничному условию на внутреннем цилиндре с точностью до $O(\mu)$:

$$\varepsilon_2^r(R_1, t) = -\varepsilon_1^r(R_1, 0) \exp(-iU_0(R_1)t) + O(\mu) = O(\mu).$$

Нас в первую очередь интересуют возмущения завихренности, которые легко выразить через полученное решение начальной задачи

$$\delta\Omega = \varepsilon^r \frac{\Omega_1}{r^2}, \quad (13)$$

где поле смещения ε^r определяется суммой $\varepsilon^r = \varepsilon_1^r + \varepsilon_2^r$, в которой ε_1^r и ε_2^r определены ранее. Найденные выражения являются итоговыми в решении начальной задачи для поля смещения и поля завихренности. Возмущения поля скорости определяются выражением (4).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим решение для возмущения поля завихренности (13). Оно состоит из трех слагаемых: два соответствуют собственным частотам колебания, а третье — непрерывному спектру. При разложении по малому параметру μ можно представить собственную частоту как $\omega_1 = \omega_0 + i\delta$, где мнимая добавка имеет порядок $O(\mu)$, а ω_0 — нулевое приближение в решении, которое соответствует потенциальному течению. Таким образом, решение для завихренности можно выписать в следующем виде:

$$\delta\Omega = A_1 \frac{I(r, \omega_1)}{r} \exp(-i\omega_1 t + \delta t) + A_2 \frac{I(r, \omega_2)}{r} \exp(-i\omega_2 t) + f(r) \exp(-iU_0(r)t).$$

На критическом слое $U_0(r) = \omega_0$, и при сложении первого и третьего слагаемого возникает вековой член и на временах $\delta \cdot t \ll 1$ в нулевом приближении решение может быть получено в следующей форме:

$$\delta\Omega = \frac{V_0 \omega_0 (-\Gamma + \omega_0 R_2^2) (-\Gamma + \omega_0 R_1^2) \Omega_1}{(R_2^2 - R_1^2) \Gamma^2 (\omega_0 - \omega_2)} t \times \exp(-i\omega_0 t) + o(1). \quad (14)$$

Как видно из полученного решения, рост возмущений в критическом слое не зависит от инкремента неустойчивости.

Эволюция возмущений завихренности во всей области течения, определяемая уравнениями (1)–(4), изображена на рис. 6, 7. Первоначально гладкое решение (рис. 6а) с течением времени превращается в интенсивную спиральную структуру (рис. 6в), которая все более локализуется около критического слоя.

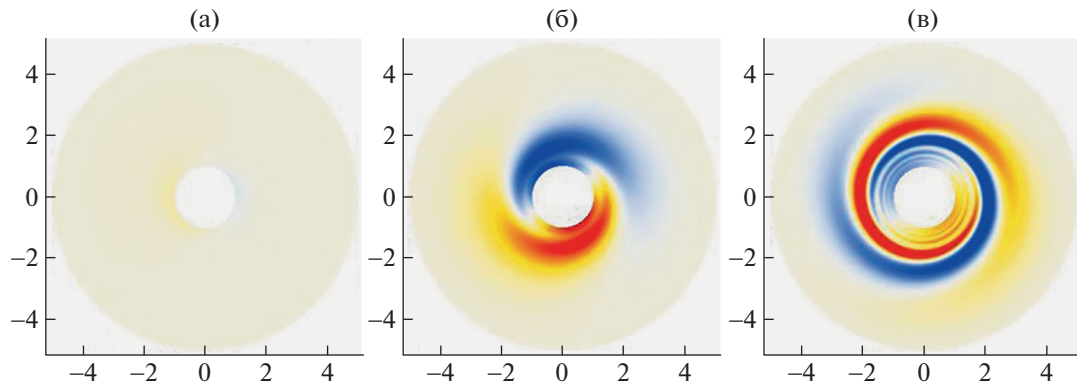


Рис. 6. Эволюция возмущения завихренности вблизи критического слоя.

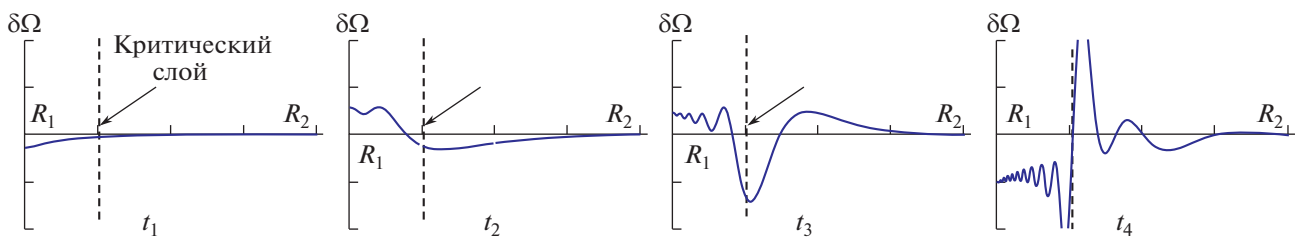


Рис. 7. Эволюция возмущения завихренности поперек линий тока.

На рис. 7 изображена эволюция поля смещения поперек линий тока, также демонстрирующая эффект интенсификации возмущений вблизи критического слоя.

Решение такого типа реализуется при малых инкрементах. Если инкременты значительны, что имеет место для течения с большой и сильно меняющейся средней завихренностью, неустойчивость также имеет место [1], но область вблизи критического слоя выделить не удастся, возмущения будут нарастать во всей области течения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что при развитии возмущений в вихревой системе с циркуляционным течением могут возникать характерные спиралевидные структуры, с нарастанием числа оборотов и увеличением амплитуды поля завихренности в критическом слое. Главным результатом работы является аналитическое описание этого сценария в задаче с гладкими начальными условиями.

Описанное в работе возникновение спиралевидной интенсивной структуры для возмущений завихренности является возможной причиной сложной слоистой структуры поля течения в окрестности ядра крупномасштабных вихревых структур, и в частности, вихревых колец. Для вихревых колец наличие множественных критических слоев в окрестности вихревого ядра может

приводить на нелинейной стадии (как было отмечено в [4]) к транспорту завихренности поперек линий тока с последующей турбулизацией всей области течения, которая заполнена критическими слоями.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копьев В.Ф., Чернышев С.А., Юдин М.А. Неустойчивость цилиндра в циркуляционном потоке несжимаемой идеальной жидкости // ПММ. 2017. Т. 81. № 2. С. 216–229.
2. Копьев В.Ф., Чернышев С.А., Юдин М.А. Развитие начальных возмущений в задаче о движении цилиндра, обтекаемого циркуляционным потоком // МЖГ. 2019. № 6. С. 75–83.
3. Дикий Л.А. Гидродинамическая устойчивость и динамика атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1976.
4. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Неустойчивость колеблющегося цилиндра в циркуляционном потоке идеальной жидкости // МЖГ. 2000. № 6. С. 78–92.
5. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерации звука // УФН. 2000. Т. 170. № 7. С. 713–742.

6. *Kopiev V.F., Chernyshev S.A.* Vortex ring eigen-oscillations as a source of sound // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 341. P. 19–47.
7. *Chandrasekhar S.* Ellipsoidal Figures of Equilibrium. New Haven (CT): Yale Univ. Press, 1969.
8. *Drazin P.G., Reid W.H.* Hydrodynamic Stability. Cambridge: Cambridge University Press, 1981.
9. *Арнольд В.И.* Об условии нелинейной устойчивости плоских стационарных криволинейных течений идеальной жидкости // *ДАН СССР.* 1965. Т. 162. № 5. С. 975–978.
10. *Арнольд В.И.* Вариационный принцип для трехмерных стационарных течений идеальной жидкости // *ПММ.* 1965. Т. 29. № 5. С. 846–851.

DEVELOPMENT OF INITIAL DISTURBANCES IN THE CIRCULATING FLOW WITH VARIABLE VORTICITY AROUND FREE CYLINDER

M. A. Yudin^a, V. F. Kopiev^a, and S. A. Chernyshev^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

Two-dimensional system consists of a circular cylinder placed in a circulating flow of an inviscid incompressible fluid with variable vorticity is considered in this paper. The work is devoted to the study of the processes in the critical layers of vortex flows (the region in which the phase velocity of perturbations coincides with the velocity of the mean flow) using the example of a problem with exact analytical solution. Earlier, for such a system, the discrete part of the spectrum was considered and described, i.e. individual natural oscillations were obtained and it was shown that in a certain range of parameters the system exhibits shear instability. In this paper, we consider the features of the system dynamics related to the continuous spectrum. For this purpose, the initial problem is solved and an analysis of the growth of large vorticity perturbations in the vicinity of the critical layer from a state with smooth initial conditions is made.

Keywords: shear instability, critical layer, initial problem

УДК 534.83

СНИЖЕНИЕ ШУМА ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ СТРУИ ДВИГАТЕЛЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ГРАЖДАНСКОГО САМОЛЕТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ АКУСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ МОДЕЛИ ПЛОСКОГО СОПЛА В ЗАГЛУШЕННОЙ КАМЕРЕ АК-2 ЦАГИ

© 2022 г. И. В. Беляев^{1,*}, В. С. Горбовской¹, А. В. Кажан¹, Г. А. Фараносов¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Шум струи, как ожидается, будет важным источником шума перспективного сверхзвукового гражданского самолета (СГС) на режимах взлета и набора высоты, так что разработка методов снижения шума струи СГС является необходимым условием обеспечения СГС норм по шуму на местности. В рамках исследований по снижению шума струи СГС были проведены акустические испытания маломасштабной модели плоского сопла типа “миксер-эжектор” с системой шумоглушения на режимах работы, соответствующих взлету и набору высоты, включая наличие спутного потока. Были получены спектральные характеристики и диаграммы направленности шума в дальнем поле для широкого диапазона азимутальных и полярных углов. Результаты проведенных измерений сравнивались с двумя базовыми вариантами: 1) одно круглое сопло с тем же перепадом давления и той же тягой, что и плоское сопло, 2) два одинаковых круглых сопла, с тем же перепадом давления и той же суммарной тягой, что и плоское сопло. Для эквивалентных струй, соответствующих этим двум базовым вариантам, на основе полуэмпирической методики ЦАГИ расчета шума струй был определен шум в дальнем поле. Сравнение с экспериментальными данными плоского сопла показало, что имеются диапазоны углов наблюдения и частот, где наблюдается снижение шума за счет применения плоского сопла по сравнению с эквивалентными круглыми струями, и диапазоны, где плоское сопло оказывается шумнее. Проведенный пересчет спектров на натурные масштабы и оценка шума СГС в метрике EPNL показали, что применение данного плоского сопла может приводить к интегральному эффекту снижения шума на местности по сравнению с круглыми соплами.

Ключевые слова: аэроакустика, шум струи, плоское сопло, шум на местности, снижение шума

DOI: 10.31857/S2686740022050029

ВВЕДЕНИЕ

Хотя наиболее узнаваемым эффектом воздействия сверхзвуковых гражданских самолетов (СГС) на окружающую среду является звуковой удар [1], обеспечение перспективными СГС приемлемых уровней шума на местности представляет собой важное условие возможности их эксплуатации и требует применения различных методов, подхо-

дов и технологий для снижения шума СГС в районе аэропорта.

Оценки шума для СГС первого поколения (Ту-144 и Конкорд) показывают, что для этих самолетов доминирующим источником шума на местности была реактивная струя [2, 3]. Несмотря на то что для силовых установок разрабатываемых проектов СГС следующего поколения скорости истечения струи на режимах взлета и посадки меньше, чем у Ту-144 и Конкорда, они все равно остаются достаточно высокими, так что шум струи представляет собой один из главных источников шума перспективных СГС. Как следствие, для СГС особую важность приобретают технологии снижения шума реактивных струй [3].

Одним из перспективных способов снижения шума высокоскоростных струй является применение сопел типа “миксер-эжектор” [4, 5]. В этом случае струя подсасывает поток из окружающего воздуха или из струи наружного контура, что при-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Москва, Россия

*E-mail: ivan.belyaev@tsagi.ru

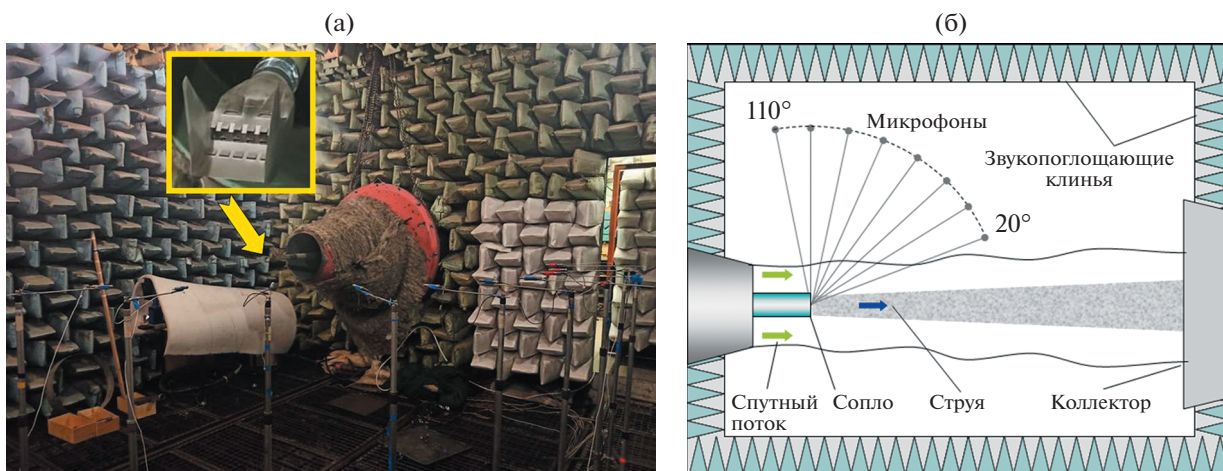


Рис. 1. а – Фотография плоского сопла с системой шумоглушения, установленного в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ, б – схема расположения микрофонов при испытаниях плоского сопла (вид сверху).

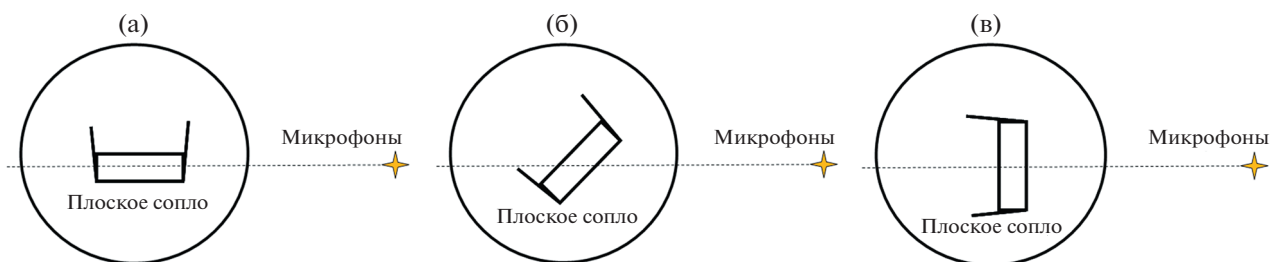


Рис. 2. Различные положения сопла, соответствующие азимутальному углу наблюдения ϑ : 0° (а), 45° (б) и 90° (в) (вид со стороны коллектора).

водит к увеличению массового расхода на выходе из эжектора и уменьшению соответствующей скорости по сравнению со скоростью только исходной струи. Эффективность такого устройства зависит от процесса турбулентного перемешивания, который, в свою очередь, зависит как от геометрических параметров сопла, так и от параметров потока. Использование на кромке сопла дополнительных устройств, таких как вихревые генераторы или гофры, может значительно улучшить процесс перемешивания и, как следствие, эффективность сопел типа “миксер-эжектор”.

В рамках данной работы было исследовано плоское сопло с системой шумоглушения, разработанное в ЦАГИ [6]. Задача исследования состояла в сравнении экспериментально измеренных значений шума струи, истекающей из такого сопла, с шумом эквивалентной круглой струи.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Акустические испытания плоского сопла проводили в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ (рис. 1а), позволяющей проводить испытания в заглушенных условиях для частот более 160 Гц. Шум струи

измерялся с помощью 10 микрофонов 1/2" Briel & Kjaer 4189 (частотный диапазон – от 6.3 Гц до 20 кГц), расположенных по дуге радиусом 2 м от среза сопла в диапазоне полярных углов θ от 20° до 110° от оси струи с шагом 10° . Микрофоны устанавливались на штативах, так что они были размещены на той же высоте, что и ось струи, и были вынесены вперед по направлению к соплу с помощью цилиндрических державок с целью минимизации отражения звука от стоек штативов. Схема расположения микрофонов показана на рис. 1б.

Сопло можно было вращать относительно своей оси, что позволило провести измерения для различных азимутальных углов наблюдения $\vartheta = 0^\circ, 45^\circ$ и 90° (рис. 2). Таким образом, данная схема измерений позволяла получить спектральные характеристики и диаграмму направленности шума холодной струи, истекающей из плоского сопла, в широком диапазоне полярных и азимутальных углов.

Плоское сопло могло испытываться как в статических условиях, так и в условиях спутного потока со скоростью до 80 м/с и диаметром 0.4 м;

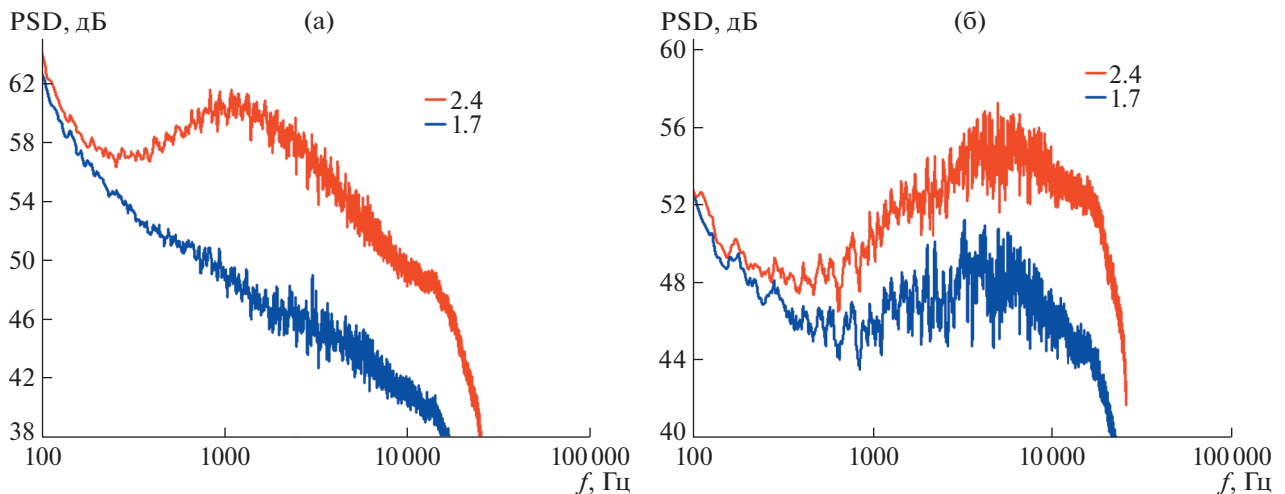


Рис. 3. Спектры шума плоского сопла, установленного под углом $\vartheta = 0^\circ$, для перепадов давлений $\pi_c = 1.7$ и 2.4 при скорости спутного потока 80 м/с. Микрофон расположен под углом $\theta = 30^\circ$ (а), $\theta = 90^\circ$ (б).

перепад давления на срезе плоского сопла при этом менялся в диапазоне $\pi_c = 1.6$ – 2.5 .

Примеры измеренных спектров шума приведены на рис. 3 для перепадов давлений $\pi_c = 1.7$ и 2.4 при скорости спутного потока 80 м/с для двух углов наблюдения $\theta = 30^\circ$ и $\theta = 90^\circ$. Важно отметить отсутствие в данных спектрах тональных компонент, указывающих на возможные резонансы, которые могут возникать в соплах типа “миксер–эжектор”.

Одним из важнейших вопросов, который встает при исследовании акустической эффективности такого рода сопел с системами шумоглушения, заключается в определении эквивалентного сопла, с которым происходит сравнение по шуму. Исследуемое сопло предполагает, что поток от двух двигателей соединится в одном плоском сопле; как следствие, в качестве эквивалентного случая можно выбрать как одну круглую струю, соответствующую струе, истекающей из плоского сопла, так и две круглые струи, моделирующие исходные струи двигателей. Шум круглой струи определяется интегральными характеристиками, такими как скорость истечения U и площадь сопла A ; кроме того, сопло должно обеспечивать тягу F , необходимую для полета самолета. Выбор любой пары из этих трех параметров может рассматриваться как возможный вариант для определения эквивалентной струи.

В данной работе в качестве эквивалентной струи рассматривается круглая струя с той же тягой F , что и исходное плоское сопло при том же π_c (что эквивалентно равенству скоростей). Заглушенная камера АК-2 ЦАГИ не оборудована экспериментальными средствами для измерения тяги сопел, поэтому тяга исследуемой модели плоского сопла была взята из стационарного аэродинамиче-

ского расчета в программном комплексе CFX, параметры которого (размеры модели, давление и температура на бесконечности) соответствовали параметрам эксперимента в АК-2 ЦАГИ. В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены результаты расчета для распределения числа Маха в различных сечениях плоского сопла.

На основе численного расчета тяги плоского сопла для заданного режима (например, $\pi_c = 2.4$), с помощью полуэмпирической методики ЦАГИ для расчета шума круглых струй вычислялись спектры шума эквивалентных струй в тех же точках, где были расположены микрофоны в акустическом эксперименте в АК-2 ЦАГИ.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На рис. 5–8 показаны результаты сравнения экспериментальных данных для шума плоского сопла и расчетных данных для шума эквивалентной круглой струи для режима истечения струи $\pi_c = 1.7$ в статических ($V_{cf} = 0$ м/с) и полетных ($V_{cf} = 80$ м/с) условиях для положения сопла, соответствующего $\vartheta = 90^\circ$ (рис. 2в). Этот режим соответствует режиму набора высоты перспективного СГС. В качестве эквивалентной струи взята круглая струя с перепадом давлений $\pi_c = 1.7$ с той же тягой; потери тяги для круглой струи приняты равными 2%.

На рис. 5, 6 показаны результаты для статического и полетного режимов в виде матриц шума исходной и эквивалентной струй и их разностной матрицы Δ . Отрицательные значения Δ соответствуют случаю, когда исследованная струя оказывалась менее шумной, чем эквивалентная круглая.

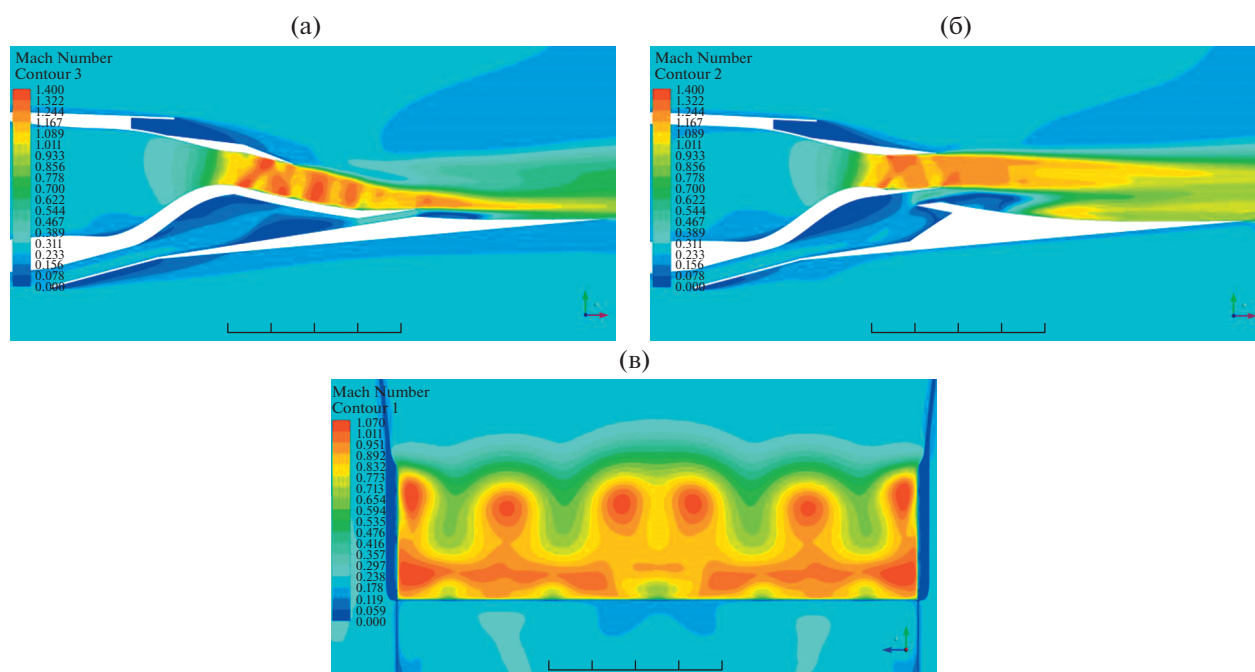


Рис. 4. Результаты численного моделирования для распределения числа Маха в различных сечениях сопла: а и б – вдоль сопла, в – в сечении сопла. $\pi_c = 2.4$, скорость спутного потока 80 м/с.

На рис. 7, 8 представлено прямое наложение спектров двух струй для углов 30° , 60° , 90° и 110° . Исследуемое сопло дает снижение шума под малыми углами к оси струи, однако в боковом направлении при этом наблюдается значительное (более 10 дБ) усиление шума, связанное, по-видимому, со взаимодействием слоя смешения с задней кромкой хвостовой части. В целом для статических условий исследуемое плоское сопло является более шумным.

В условиях наличия спутного потока, моделирующего полет, шум взаимодействия для исследуемого сопла существенно ослабляется, скорее всего, вследствие работы эжектора. Наблюдается существенное (~ 10 дБ) снижение шума под малыми углами к оси струи (до 40°), однако в боковом направлении (углы $\sim 90^\circ$) остается превышение над уровнем шума эквивалентной круглой струи. Нужно также отметить, что в эксперименте шум на частотах до ~ 1.3 кГц связан со спутным потоком, поэтому анализ данных нужно проводить для частот выше 1.3 кГц. При наличии областей снижения и усиления шума сложно оценить, является ли интегральный эффект применения предложенного сопла позитивным или негативным. Для этого необходимо провести оценки шума конкретного проекта СГС с тем или иным соплом в метрике EPNL.

Аналогичные сравнения были проведены для взлетного режима, где в качестве эквивалентной круглой струи бралась струя с тем же перепадом

$\pi_c = 2.4$ и с той же тягой, что и струя из плоского сопла. Потери тяги для круглой струи были приняты равными 2%. Поскольку перепад $\pi_c = 2.4$ является сверхкритическим, предполагалось, что круглое сопло выполнено так, чтобы струя была идеально расширенной, т.е. расчетное число Маха для сопла предполагалось равным 1.192. Из данных эксперимента брались данные, соответствующие излучению шума в боковом направлении под углом $\vartheta = 45^\circ$ (рис. 2б), что приблизительно соответствует положению самолета при измерении шума сбоку на режиме взлета.

Было получено, что результаты для режима взлета ($\pi_c = 2.4$) аналогичны результатам для режима набора высоты ($\pi_c = 1.7$). В статических условиях для исследуемого сопла наблюдается значительный шум взаимодействия струи и задней кромки хвостовой части, направленный в область боковых углов, при некотором снижении шума в области малых углов к оси струи. Для условий полета снижение шума под малыми углами (до 40°) усиливается при одновременном ослаблении шума взаимодействия для бокового направления (углы более 50°). Опять же, для оценки интегрального эффекта необходимо провести оценку шума самолета в метрике EPNL.

Рассмотрим также влияние размера эквивалентной струи на примере режима набора высоты при наличии спутного потока. Предположим, что та же тяга, что и у исследуемого сопла, создается не одиночным круглым соплом, как рассмотрено

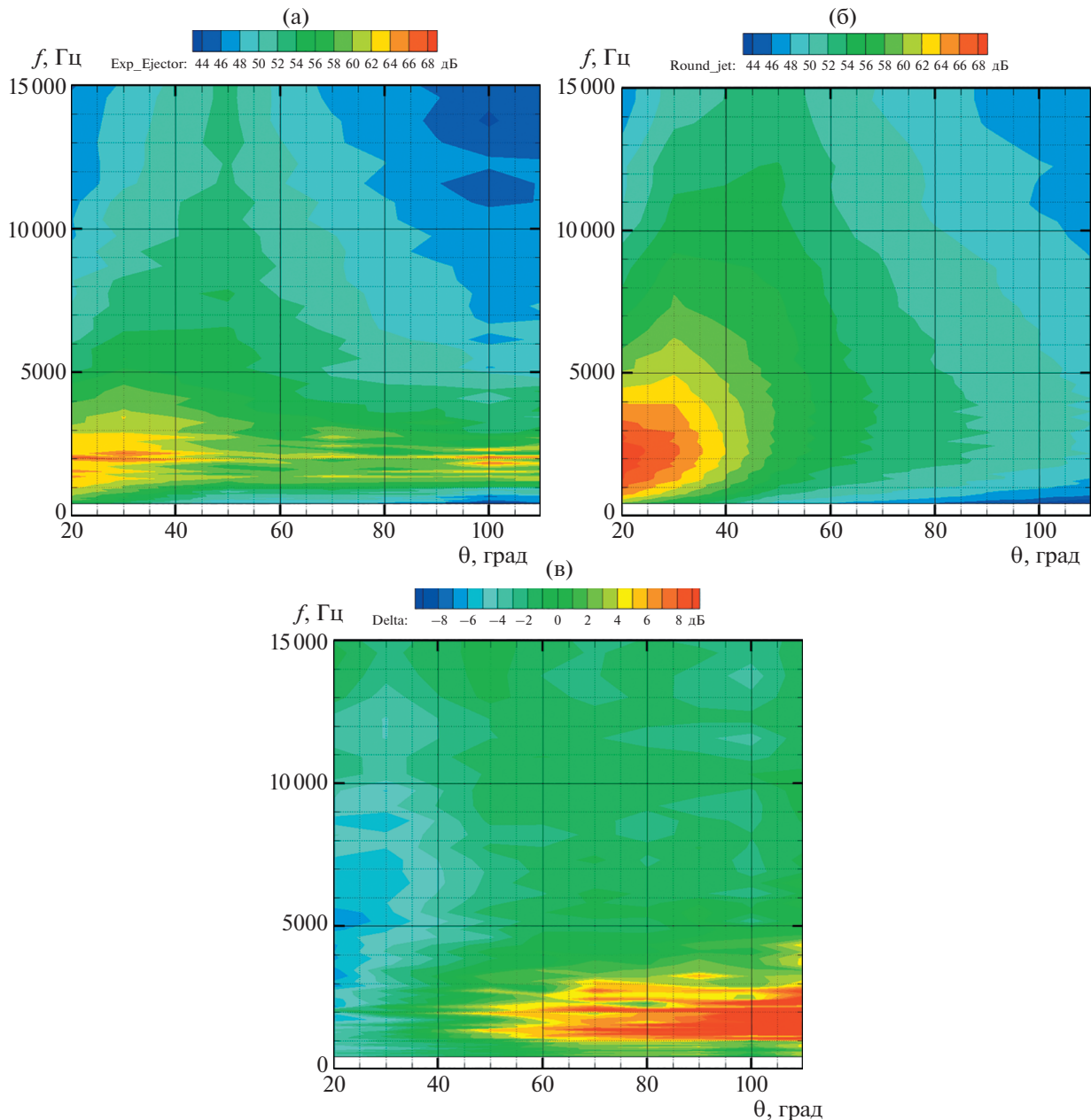


Рис. 5. Режим $\pi_c = 1.7$, $V_{cf} = 0$, $\vartheta = 90^\circ$: а – эксперимент; б – круглая струя (расчет); в – разница уровней “эксперимент” – “круглая струя”.

выше, а двумя одинаковыми соплами меньшего размера с перепадом давления $\pi_c = 1.7$ в каждом (площадь среза каждого сопла при этом равна половине площади плоского сопла $A/2$). Для простоты оценок предполагаем, что аэродинамическое и акустическое взаимодействие двух круглых струй отсутствует. Тогда акустическое излучение такой системы эквивалентно удвоенному по мощности шуму одиночной круглой струи с площадью среза $A/2$.

На рис. 9 показаны спектры трех конфигураций: экспериментально измеренные спектры, спектры одиночной круглой струи эквивалентной тяги и спектры системы из двух струй эквивалентной тяги. Видно, что при увеличении количества круглых струй спектры сдвигаются в область более высоких частот и их амплитуда пропорционально уменьшается. Для рассматриваемого случая это приводит к тому, что снижение шума исследуемого сопла на малых углах становится более заметным при сравнении с системой двух круглых

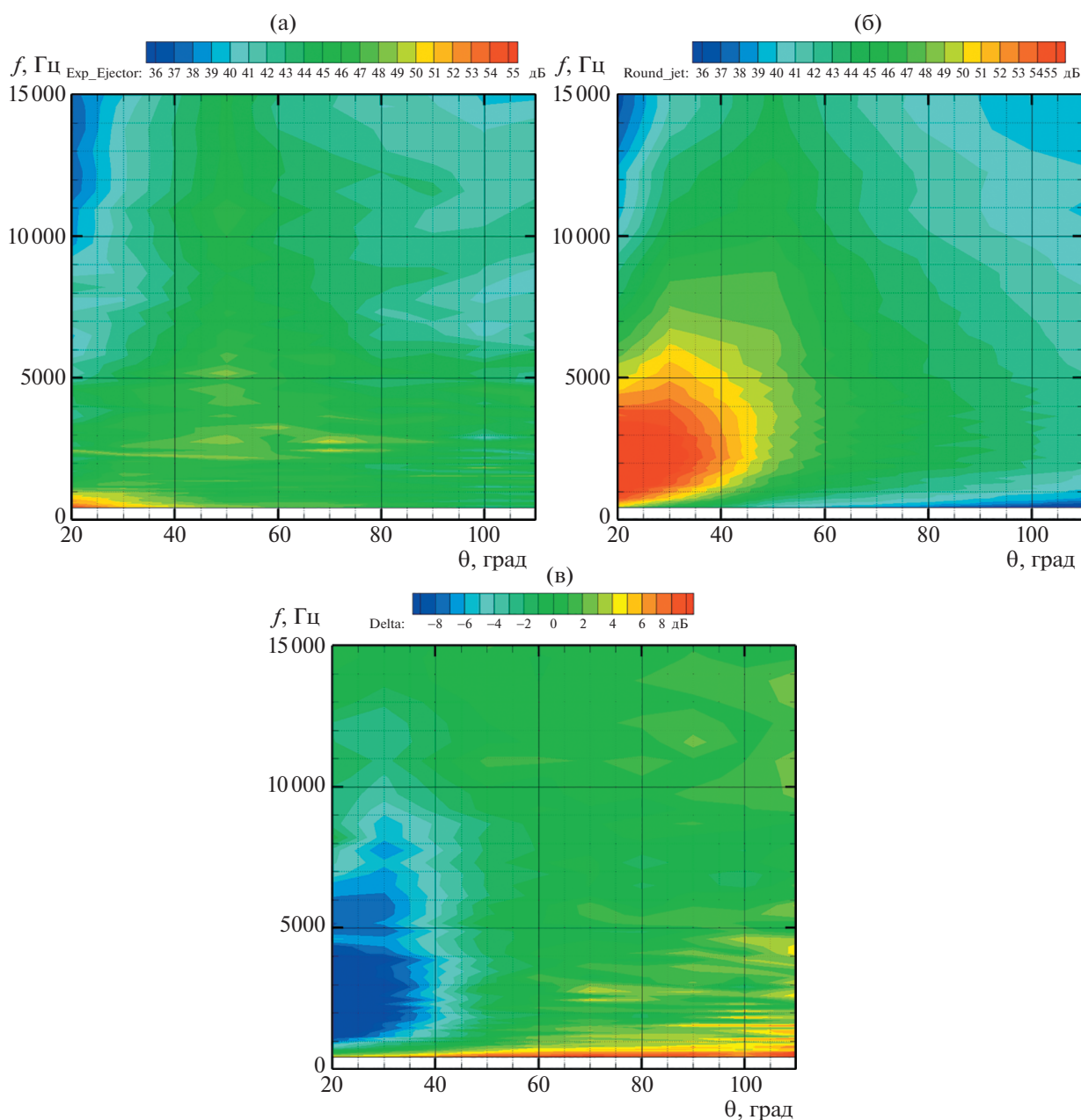


Рис. 6. Режим $\pi_c = 1.7$, $V_{cf} = 80$ м/с, $\vartheta = 90^\circ$: а – эксперимент; б – круглая струя (расчет); в – разница уровней “эксперимент” – “круглая струя”.

струй, однако возрастает относительное усиление шума в боковом направлении.

Этот эффект наглядно проиллюстрирован на рис. 10, где показаны разностные матрицы шума для случая сравнения с одиночной круглой струей (рис. 10а эквивалентен рис. 6в) и с двумя круглыми струями (рис. 10б).

Наличие областей как усиления, так и снижения шума для плоского сопла свидетельствует о том, что оно может привести как к усилению шума перспективного СГС на местности, так и к его снижению; определение итогового эффекта при-

менения плоского сопла требует оценки применительно к конкретному проекту СГС. Вместе с тем полученные данные наглядно показывают существенное снижение шума (до 9 дБ) на малых углах в зоне максимума спектра круглой струи в диапазоне частот до 5–10 кГц, что должно соответствовать частотам до 1–2 кГц на натурном сопле, соответствующих наиболее хорошо слышимому диапазону в метрике EPNL. Усиление шума наблюдается на низких частотах, что, скорее всего, не даст вклада в метрике EPNL. Основная часть спектрограмм на рис. 10 показывает незначительное усиление/ослабление шума по отноше-

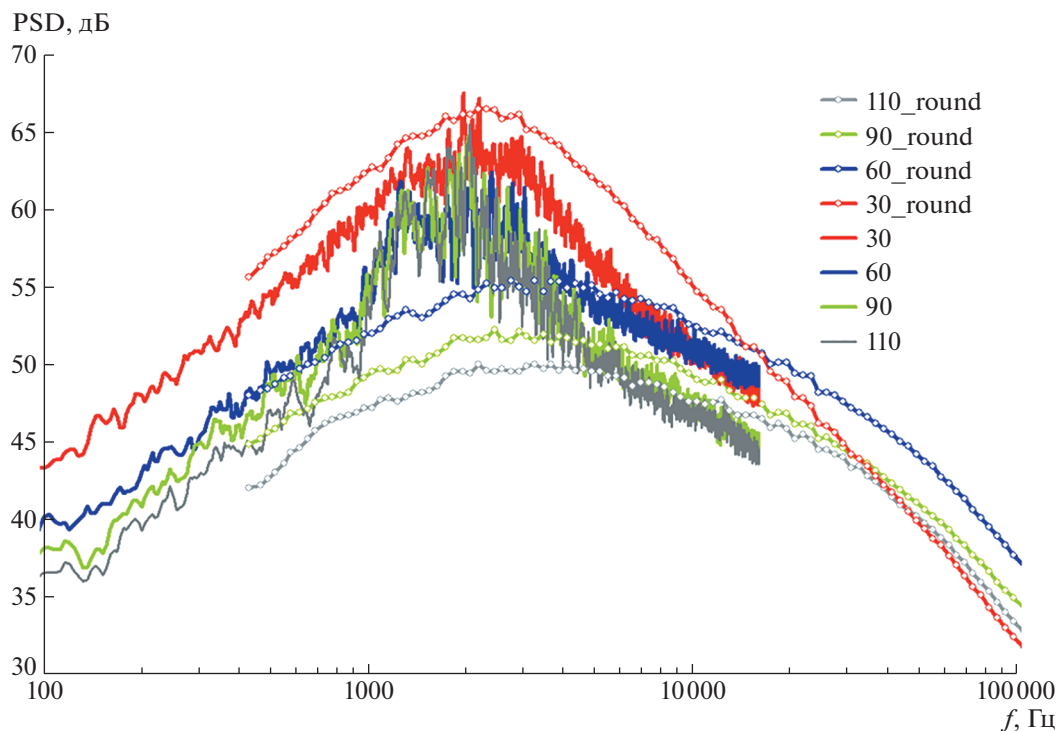


Рис. 7. Сравнение спектров шума для режима $\pi_c = 1.7$, $V_{cf} = 0$, $\vartheta = 90^\circ$: линии – эксперимент; маркеры – круглая струя (расчет).

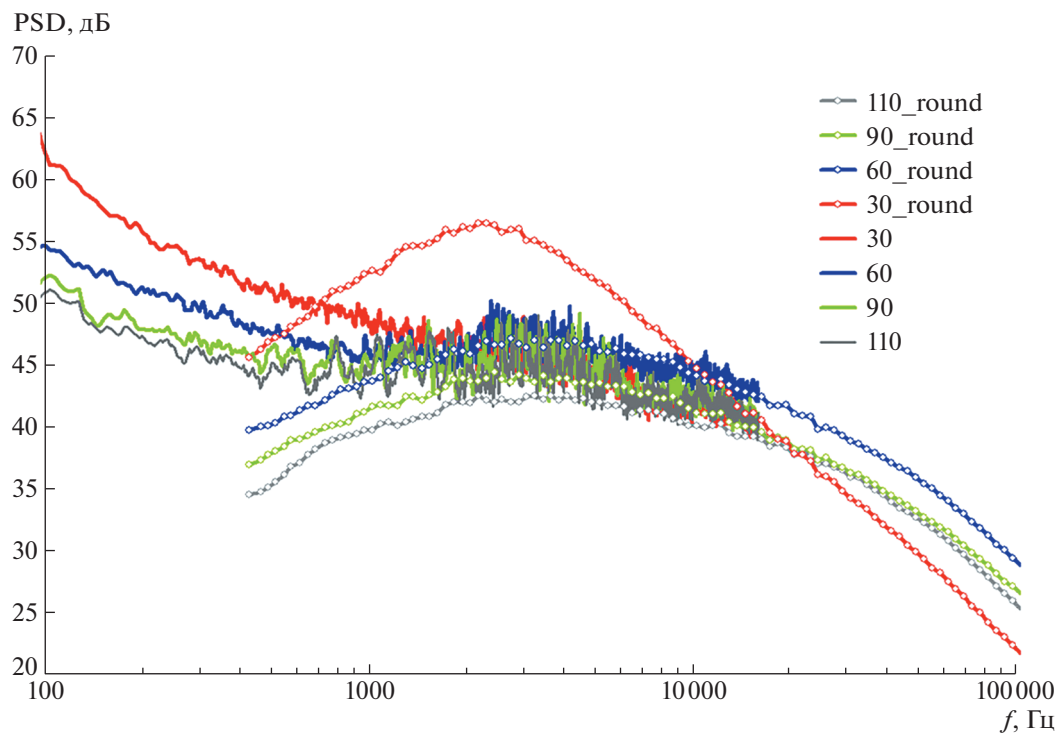


Рис. 8. Сравнение спектров шума для режима $\pi_c = 1.7$, $V_{cf} = 80$ м/с, $\vartheta = 90^\circ$: линии – эксперимент; маркеры – круглая струя (расчет).

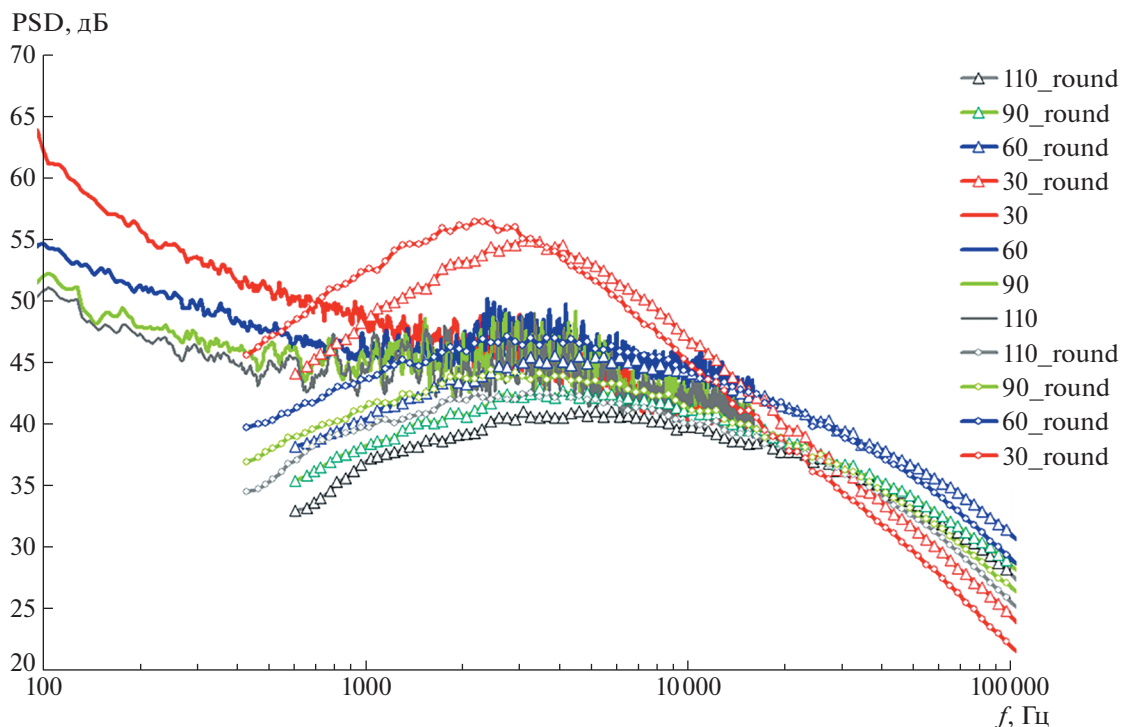


Рис. 9. Сравнение спектров шума для режима $\pi_c = 1.7$, $V_{cf} = 80$ м/с, $\vartheta = 90^\circ$: линии – эксперимент; круглые маркеры – одна круглая струя (расчет); треугольные маркеры – две круглых струи (расчет).

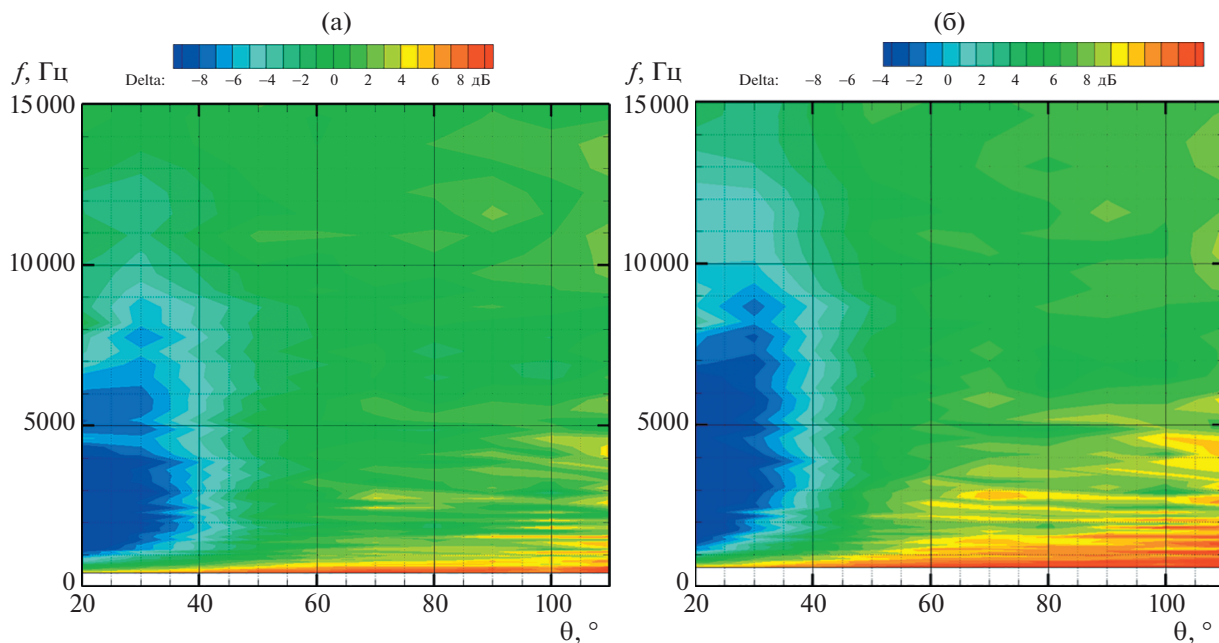


Рис. 10. Режим $\pi_c = 1.7$, $V_{cf} = 80$ м/с, $\vartheta = 90^\circ$: а – разница уровней “эксперимент” – “круглая струя”; б – разница уровней “эксперимент” – “две круглых струи”.

нию к круглой струе. Это говорит о желательности проведения подробной оценки шума самолета с плоским соплом с учетом предполагаемых взлетно-посадочных характеристик.

Как уже отмечалось выше, при наличии областей снижения и усиления шума для оценки интегрального эффекта применения предложенного плоского сопла необходимо провести оценку шума конкретного проекта СГС с данным соплом

в метрике EPNL. Такая предварительная оценка шума на местности была проведена для перспективного СГС, разработанного в ЦАГИ [7]. Был выполнен пересчет измеренных спектров плоского сопла на натурные масштабы, и для предварительной траектории взлета проведен расчет шума СГС в метрике EPNL в соответствии с методикой, описанной в [3]. Кроме того, были выполнены оценки шума на местности базовых конфигураций данного СГС, где в качестве источника шума предполагались одна или две эквивалентные круглые струи. Полученные оценки шума показали, что применение данного плоского сопла может приводить к интегральному эффекту снижения шума на местности по сравнению с круглыми соплами; в частности, на режиме взлета плоское сопло приводит к снижению шума на величину до 2.7 EPNдБ.

Описанные выше результаты были получены на основе испытаний в АК-2 ЦАГИ шума холодной струи. В настоящий момент проводится модернизация установки АК-2 ЦАГИ с целью обеспечения возможности проведения испытаний с горячими струями. Для уточнения оценки эффекта применения плоского сопла на шум струи планируется провести в модернизированной АК-2 ЦАГИ измерения шума горячей струи, истекающей из плоского сопла, и выполнить расчеты шума на местности для уточненной траектории взлета.

ВЫВОДЫ

В заглушенной камере АК-2 ЦАГИ проведены экспериментальные исследования акустической эффективности маломасштабной модели плоского сопла с системой шумоглушения, как в статических условиях, так и в условиях спутного потока.

Для определения эффективности системы шумоглушения было проведено сравнение измеренных уровней шума для плоского сопла с уровнями шума эквивалентной круглой струи, полученными на основе полумпирической методики ЦАГИ расчета шума круглых струй той же тяги, что и у плоского сопла. Показано, что в статических условиях плоское сопло по сравнению с эквивалентной круглой струей дает снижение шума под малыми углами к оси (до 40°), однако в боковом направлении (>90°) наблюдается значительное (более 10 дБ) усиление шума в области средних частот, связанное, по-видимому, со взаимодействием слоя смещения с задней кромкой хвостовой части. В условиях наличия спутного потока, моделирующего полет, шум взаимодействия для исследуемого сопла существенно ослабляется, вероятно, вследствие работы эжектора. Наблюдается существенное (~10 дБ) снижение шума под малыми углами к оси струи (до 40°), однако в боковом направлении (>90°) сохраняется превышение над уровнем шума эквивалентной круглой струи.

Было также выполнено сравнение шума плоского сопла с шумом двух эквивалентных круглых струй. При увеличении количества круглых струй спектры их шума сдвигаются в область более высоких частот, а их амплитуда пропорционально уменьшается. Для рассматриваемого случая это приводит к тому, что снижение шума исследуемого сопла на малых углах становится более заметным при сравнении с шумом двух круглых струй, однако возрастает относительное усиление шума в боковом направлении, причем такая ситуация наблюдается как в статических условиях, так и при наличии спутного потока. Наличие областей как усиления, так и снижения шума для плоского сопла свидетельствует о том, что оно может привести как к усилению шума перспективного СГС на местности, так и к его снижению; определение итогового эффекта применения плоского сопла требует оценки шума на местности применительно к конкретному проекту СГС.

Приведенная в работе предварительная оценка шума на местности была получена для одной из концепций перспективного СГС, разработанной в ЦАГИ. Она показала, что применение данного плоского сопла может приводить к интегральному эффекту снижения шума на местности по сравнению с круглыми соплами, в частности, на режиме взлета плоское сопло приводит к снижению шума на величину до 2.7 EPNдБ. Для уточнения оценки эффекта применения плоского сопла на шум струи необходимы измерения шума горячей струи, истекающей из плоского сопла, и проведение расчетов шума на местности для уточненной траектории взлета.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В., Маков Ю.Н. Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии (обзор) // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 3–30.
2. Piccirillo G., Viola N., Fusaro R., Federico L. Guidelines for the LTO Noise Assessment of Future Civil Supersonic Aircraft in Conceptual Design // Aerospace. 2022. V. 9. P. 27.
3. Kopiev V.F., Belyaev I.V., Dunaevsky A.I., Poukhov A.A., Trofimovsky I.L. On the Fundamental Possibility of a Supersonic Civil Aircraft to Comply with ICAO Noise Requirements Using Existing Technologies // Aerospace. 2022. V. 9. P. 187.
4. Кузнецов В.М. Эффективность методов снижения шума реактивных струй двигателей пассажирских самолетов // Акуст. журн. 2010. Т. 56. С. 91–102.

5. *Sun Y., Smith H.* Review and prospect of supersonic business jet design // *Prog. Aerosp. Sci.* 2017. V. 90. P. 12–38.
6. *Горбовской В.С., Кажан А.В., Кажан В.Г., Самохин В.Ф., Шенкин А.В.* Исследование аэродинамики сверхзвукового сопла с системой шумоглушения // *Уч. з. ЦАГИ.* 2020. Т. 51 (4). С. 56–72.
7. *Chernyshev S.L., Lyapunov S.V., Wolkov A.V.* Modern problems of aircraft aerodynamics // *Adv. Aerodyn.* 2019. V. 1. P. 7.

NOISE REDUCTION FOR HIGH-SPEED JET OF SST ENGINE BASED ON ACOUSTIC TESTS RESULTS FOR RECTANGULAR NOZZLE IN ANECHOIC CHAMBER AC-2 TSAGI

I. V. Belyaev^a, V. S. Gorbovskey^a, A. V. Kazhan^a, and G. A. Faranosov^a

^a*Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

Jet noise is expected to be an important noise source for future supersonic civil transport (SST) during takeoff and climb regimes, so the development of SST jet noise reduction methods is a necessary condition for ensuring that SST complies with the community noise regulations. Within the framework of research on SST jet noise reduction, acoustic tests of the small-scale rectangular nozzle of the “mixer-ejector” type with a noise attenuation system were carried out for regimes corresponding to takeoff and climb, including the presence of coflow. Spectral characteristics and noise directivities in the far field were obtained for a wide range of azimuthal and polar angles. The results of these measurements were compared with two basic configurations: 1) one round nozzle with the same pressure and thrust as the rectangular nozzle, 2) two identical round nozzles, with the same pressure and total thrust as the rectangular nozzle. For equivalent jets corresponding to these two basic configurations, noise in the far field was determined based on the TsAGI semi-empirical method for calculating jet noise. Comparison with experimental data for the rectangular nozzle showed that there are ranges of observation angles and frequencies where noise reduction is observed due to the use of the rectangular nozzle compared to equivalent round jets, and ranges where the rectangular nozzle is noisier. The recalculation of the spectra to natural scales and the evaluation of SST noise in EPNL metric showed that the use of this rectangular nozzle can lead to an integral effect of community noise reduction compared to round nozzles.

Keywords: aeroacoustics, jet noise, rectangular nozzle, community noise, noise reduction

УДК 534.23

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УГЛА УСТАНОВКИ КРЫЛА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ БЛИЖНЕГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОЛЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

© 2022 г. О. П. Бычков^{1,*}, Г. А. Фараносов¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Приведены результаты теоретического и экспериментального исследования влияния угла установки крыла на дальнее акустическое поле, связанное с рассеянием гидродинамических возмущений ближнего поля турбулентной дозвуковой струи на его задней кромке. Для модели, в которой рассеивающая поверхность моделируется полуплоскостью, с помощью метода Винера–Хопфа получена аналитическая зависимость основных характеристик поля рассеяния от угла установки рассеивающей поверхности. В заглушенной камере АК-2 ЦАГИ проведено экспериментальное исследование звукового поля конфигурации “сопло–пластина” при помощи подвижной азимутальной решетки микрофонов и показано хорошее соответствие теоретической модели данным измерений.

Ключевые слова: шум взаимодействия струи и крыла, дифракция, волны неустойчивости, метод Винера–Хопфа

DOI: 10.31857/S2686740022050054

ВВЕДЕНИЕ

Одним из источников шума современного гражданского самолета является взаимодействие реактивной струи и крыла самолета [1]. Эффект усиления шума струи, расположенной вблизи крыла, был замечен достаточно давно [2], однако актуальность для гражданской авиации проблема приобрела лишь в последнее время, что связано с переходом на двигатели повышенной степени двухконтурности. Для данных двигателей характерны пониженные скорости истечения турбулентной струи, что в соответствии с законом “восьмой степени” [3] привело к существенному снижению ее вклада в общий шум самолета. Кроме того, увеличение степени двухконтурности сопровождается увеличением размера двигателя и сопутствующей более тесной его интеграцией с планером, что неизбежно стало причиной усиления взаимодействия между струей и крылом самолета.

С точки зрения излучаемого шума конфигурация “струя–крыло” является сложной системой. На рис. 1 схематично показаны основные состав-

ляющие шума такой конфигурации. В ней имеются две “самостоятельных” компоненты шума: шум собственно струи и шум обтекания крыла набегающим потоком, вызываемый взаимодействием турбулентного пограничного слоя с кромками элементов крыла, нестационарными течениями в нише предкрылков и закрылков и т.п. Поскольку скорости полета на взлетно-посадочных режимах невелики, шум обтекания элементов крыла проявляется в основном на очень низких частотах (рис. 1б). Причем на режиме посадки, когда двигатель работает в режиме малой тяги и шум струи очень слаб, шум обтекания крыла вносит существенный вклад в общий шум самолета. На режиме взлета более существенными оказываются компоненты, связанные именно с взаимодействием струи и крыла. На высоких частотах такое взаимодействие носит чисто акустический характер: шум, излучаемый струей, рассеивается на крыле так, что для наблюдателя под крылом шум усиливается на величину до 3 дБ (вследствие отражения от крыла), а для наблюдателя над крылом — шум ослабляется вследствие эффекта экранирования (рис. 1б). Однако в области низких и средних частот при близком расположении струи и крыла наблюдается существенное (10 дБ и более [4]) усиление шума, причем оно в значительной степени симметрично относительно крыла (рис. 1). Именно такое низкочастотное усиление шума струи и обозначается в

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: spinozza@yandex.ru

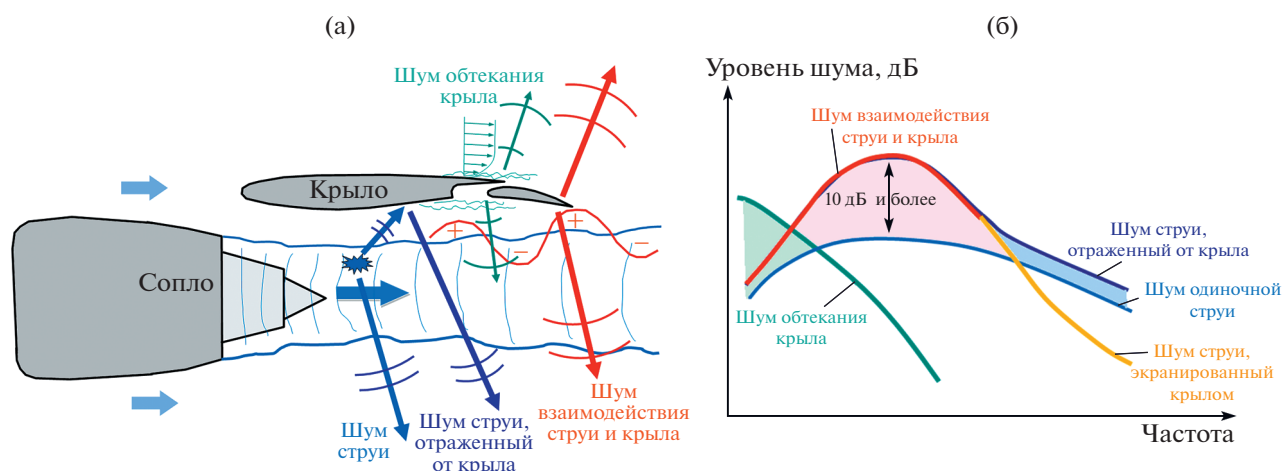


Рис. 1. Основные источники шума конфигурации “струя–крыло”: а – схема основных источников; б – типичные спектры шума различных источников (на основе данных [4]).

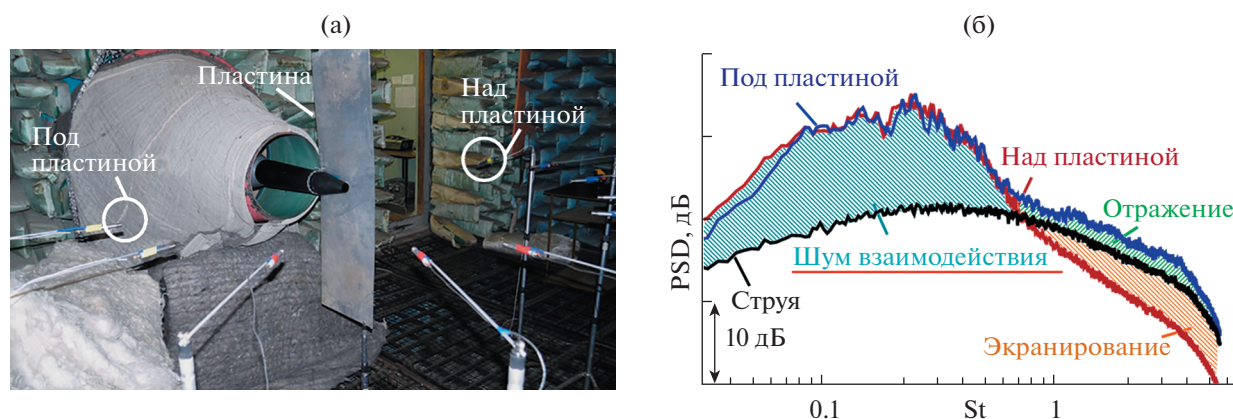


Рис. 2. Исследование шума взаимодействия для конфигурации “струя–пластина” [7]. а – фотография эксперимента в заглушенной камере АК-2; б – спектры шума для изолированной струи и струи с пластиной.

данной работе как шум взаимодействия струи и крыла самолета.

Тот факт, что исследуемый эффект носит низкочастотный характер, т.е. соответствующие длины акустических волн много больше характерных размеров задачи (диаметра сопла, толщины пограничного слоя на крыле, а также отдельных элементов механизации – закрылков, предкрылков), позволяет при исследованиях физических механизмов его возникновения использовать упрощенные конфигурации как в экспериментальных исследованиях [5–7], так и в теоретических моделях [7–9]. Для случая упрощенной конфигурации, в которой крыло самолета моделируется пластиной (рис. 2а), в работе [7] продемонстрированы на качественном уровне схожие тренды, наблюдаемые ранее для реалистичной конфигурации [4] (сравнение рис. 1б и рис. 2б).

На начальных этапах теоретические исследования шума взаимодействия проводились для случая горизонтального расположения поверхности вблизи турбулентной струи [5, 7–9], что позволяло обходиться сравнительно малым числом параметров в моделях. В дальнейшем при построении теоретических моделей, более приближенных к реалистичным условиям, вводились дополнительные параметры: угол поворота пластины, моделирующий стреловидность крыла самолета [10, 11], угол установки пластины, моделирующий отклонение закрылка [12].

В настоящей работе проводится модификация разработанной в [7] модели шума взаимодействия струи и крыла с целью учета наклона рассеивающей поверхности. Выбранный метод решения, в отличие от подхода, использованного в [12], позволяет получить итоговое выражение для звукового поля в достаточно простом виде, удобном

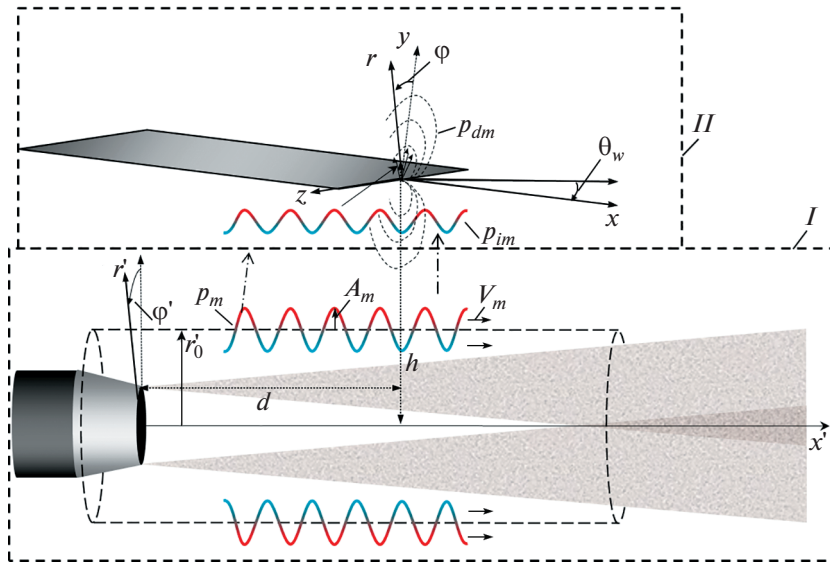


Рис. 3. Схема модельной задачи.

для анализа. С целью валидации теоретической модели в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ проведено экспериментальное исследование влияния наклона пластины на характеристики шума взаимодействия в дальнем поле, причем использование в эксперименте метода азимутальной декомпозиции звукового поля позволяет провести сравнение модели и эксперимента не только по суммарному уровню шума, но и с точки зрения его азимутального модального состава [13].

В заключение сформулированы основные выводы работы.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Результаты исследований, описанные в работах [7–9, 14], показали, что рассеяние на задней кромке гидродинамического поля от волн неустойчивости, развивающихся в слое смешения струи ввиду неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, является существенным источником шума, ответственным за низкочастотный эффект аэроакустического взаимодействия струи и крыла.

Для моделирования процесса рассеяния волн неустойчивости на наклонной поверхности, в соответствии с подходом, предложенным в работе [7], решение задачи ищется в два этапа: сначала описывается структура ближнего гидродинамического поля в отсутствие пластины (задача I), а затем (задача II) – рассеяние смоделированного поля на задней кромке отклоненной полуплоскости (рис. 3). Такой подход к решению основывается на предположении о том, что ближнее поле струи при расположении вблизи нее рассеивающей поверхности (без замывания поверхности струей) остается практически неизменным, что

опосредованно демонстрировалось, например, в работах [8, 15]. При этом газ считается идеальным (невязким и нетеплопроводным), а все возмущения считаются малыми, так что движение газа является потенциальным. Зависимость возмущений от времени выражается множителем $e^{-i\omega t}$, где $\omega = kc$ – действительная и положительная угловая частота, k и c – волновое число и скорость звука, соответственно. Относительное расположение сопла и задней кромки пластины определяется при помощи двух геометрических параметров d и h (рис. 3).

В такой постановке задача сводится к решению волнового уравнения

$$\Delta p + k^2 p = 0, \tag{1}$$

где p – пульсации давления.

Для определения пространственной структуры возмущений ближнего поля струи в рамках задачи I для уравнения (1) на цилиндрической поверхности радиуса r'_0 , окружающей струю, задается граничное условие в виде суперпозиции азимутальных мод m :

$$p_i(x', r', \varphi')|_{r'=r'_0} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m F_m(x') e^{im\varphi'}, \tag{2}$$

где (x', r', φ') – цилиндрическая система координат, связанная со струей (рис. 3). Функции F_m описывают продольную структуру волн неустойчивости, которые имеют вид протяженных волновых пакетов с достаточно плавной огибающей и, как было показано в [7], могут быть в области расположения кромки крыла приближенно заменены на однородные по продольной координате x' волны (подход Амиета [16]):

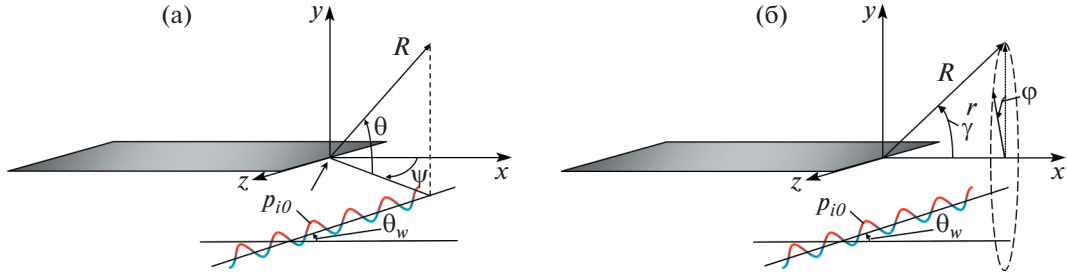


Рис. 4. Системы координат, связанные с кромкой пластины: а – сферическая; б – цилиндрическая.

$$F_m(x) = e^{\frac{ik-x'}{M_{cm}}}, \quad (3)$$

где M_{cm} – число Маха, посчитанное по скорости конвекции возмущений. Таким образом, A_m – амплитуда пульсаций азимутальной моды m на цилиндрической поверхности радиуса $r' = r'_0$, которая соответствует измеряемым пульсациям в ближнем поле струи в области расположения рассеивающей кромки.

Решение волнового уравнения (1) с граничным условием (2), (3) задается выражением

$$p_i(x', r', \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \frac{K_m\left(\frac{kr'}{M_{cm}} \sqrt{1 - M_{cm}^2}\right)}{K_m\left(\frac{kr'_0}{M_{cm}} \sqrt{1 - M_{cm}^2}\right)} e^{i\frac{k}{M_{cm}}x' + im\varphi}, \quad (4)$$

где K_m – модифицированная функция Бесселя второго рода порядка m .

Далее рассмотрим задачу II о рассеянии поля (4) на задней кромке наклонной полуплоскости. Решение будем искать в декартовой системе координат (x, y, z) , связанной с полуплоскостью (рис. 3). Кинематические и динамические граничные условия на плоскости $y = 0$ для пульсаций давления имеют вид

$$\frac{\partial p_I}{\partial y} = \rho\omega^2\eta_{12}, \quad \frac{\partial p_{II}}{\partial y} = \rho\omega^2\eta_{12}; \quad \eta_{12} = 0, \quad x < 0; \quad (5)$$

$$p_{12} = p_1 - p_2; \quad p_{12} = 0, \quad x > 0, \quad (6)$$

где нижние индексы I и II обозначают величины в верхнем ($y > 0$) и в нижнем ($y < 0$) полупространстве соответственно, ρ – средняя плотность окружающего пространства, η_{12} – нормальное смещение границы раздела между областями I и II , p_{12} – разница давлений по обе стороны от пластины.

Поиск решения будет производиться в Фурье-пространстве

$$P(\alpha, y, \zeta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y, z) e^{i\alpha x + i\zeta z} dx dz. \quad (7)$$

После применения преобразования Фурье (7) к волновому уравнению, можно представить решение, удовлетворяющее условию излучения, в следующем виде:

$$P_I = \hat{A}(\alpha, \zeta) e^{-\beta_c y}, \quad y > 0, \\ P_{II} = \hat{B}(\alpha, \zeta) e^{\beta_c y} + P_I, \quad y < 0, \\ \beta_c = \sqrt{(\alpha - \sqrt{k^2 - \zeta^2})(\alpha + \sqrt{k^2 - \zeta^2})},$$

где P_i – Фурье-образ падающего поля (4). Для осесимметричной $m = 0$ находим, что

$$P_i = \frac{A_0 \pi e^{(y+h)\left(i\frac{k}{M_{c0}} \sin(\theta_w) - \cos(\theta_w) \sqrt{\beta_c^2 + \zeta^2}\right)}}{K_0(\beta_c r'_0) \sqrt{\beta_c^2 + \zeta^2}} 2\pi \delta\left(\alpha + \left(\frac{k}{M_{c0}} \cos(\theta_w) + \sin(\theta_w) \sqrt{\beta_c^2 + \zeta^2}\right)\right); \quad (8)$$

$$\beta_c = \frac{k}{M_{c0}} \sqrt{1 - M_{c0}^2}.$$

Для горизонтальной полуплоскости $\theta_w = 0$ выражение (8) совпадает с выражением (15) из работы [7] в приближении волнового пакета с однородной огибающей.

Следуя далее процедуре, описанной в работе [7], можно получить итоговое выражение в сферической системе координат (R, θ, ψ) (рис. 4а) для поля рассеяния осесимметричной моды ближнего поля в дальней зоне ($kR \gg 1$):

$$p_{d0} \approx -\frac{A_0 \sin \theta}{2\tilde{R} \tilde{\alpha}_\delta - \tilde{\alpha}_s \tilde{\beta}_s} \frac{\tilde{\beta}_s^- e^{-\tilde{h} \sqrt{\tilde{\beta}_c^2 + \tilde{\zeta}_s^2} + i\tilde{R}}}{K_0(\tilde{\beta}_c \tilde{r}'_0) \sqrt{\tilde{\beta}_c^2 + \tilde{\zeta}_s^2}}; \\ \tilde{\beta}_s^- = \sqrt{\tilde{\alpha} - \sqrt{1 - \tilde{\zeta}_s^2}}; \quad \tilde{\beta}_c = \sqrt{\frac{1}{M_{c0}^2} - 1}; \quad (9) \\ \tilde{\alpha}_s = -\cos \theta \cos \psi, \quad \tilde{\zeta}_s = -\cos \theta \sin \psi, \\ \tilde{\alpha}_\delta = -\frac{1}{M_{c0}} \cos(\theta_w) + i \sin(\theta_w) \sqrt{\tilde{\beta}_c^2 + \tilde{\zeta}_s^2}.$$

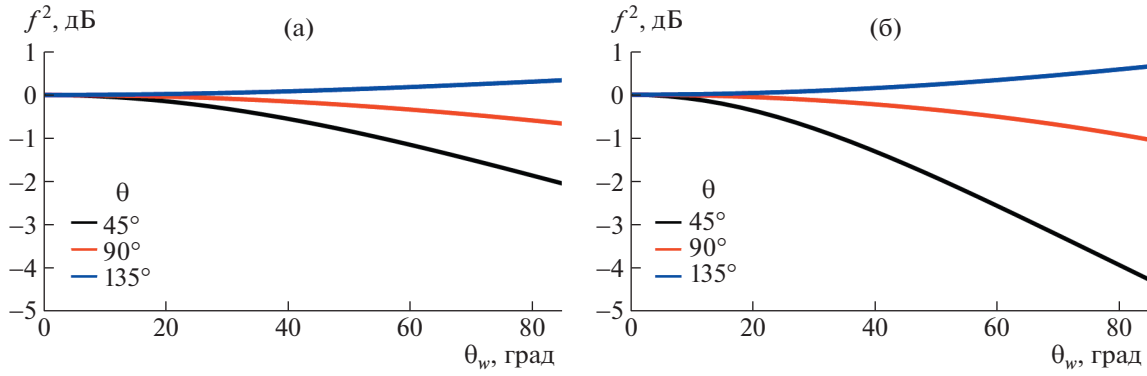


Рис. 5. Изменение поля рассеяния (12) в полярной плоскости при отклонении полуплоскости на угол θ_w для различных полярных углов наблюдения θ : $M_0 = 0.4M_j$ (а); $M_0 = 0.8M_j$ (б). $M_j = 0.53$ – число Маха для скорости истечения струи.

Для рассеяния первой косинус-моды ($m = 1$) в дальней зоне получаем аналогичное выражение

$$p_{d1} \approx -\frac{A_1 \sin \theta}{2\tilde{R} \tilde{\alpha}_\delta - \tilde{\alpha}_s} \frac{\tilde{\beta}_{\zeta\delta}^- e^{-\tilde{h}\sqrt{\tilde{\beta}_c^2 + \tilde{\zeta}_s^2} + i\tilde{R}}}{\tilde{\beta}_{\zeta_s}^- K_1(\tilde{\beta}_c \tilde{r}_0) \tilde{\beta}_c^-}$$

В работе [7] было показано, что в ближнем поле струи в области низких и средних частот доминируют первые две азимутальные моды, поэтому полученных выражений достаточно для моделирования шума взаимодействия струи и крыла.

Отметим, что зависимость решения от угла поворота θ_w для рассеяния осесимметричной и первой косинус-моды содержится в члене

$$\tilde{f}(\theta_w) = \frac{\tilde{\beta}_{\zeta\delta}^-}{\tilde{\alpha}_\delta - \tilde{\alpha}_s} \tag{10}$$

Таким образом, можно выписать в явном виде, как изменится амплитуда поля рассеяния осесимметричной моды после поворота полуплоскости во введенной сферической системе координат:

$$f(\theta_w) = \frac{|\tilde{f}(\theta_w)|}{|\tilde{f}(0)|} = \frac{\sqrt{\cos \theta_w + M_{c0,1} \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \psi} + i \sin \theta_w \sqrt{1 - M_{c0,1}^2 + M_{c0,1}^2 \cos^2 \theta \sin^2 \psi}}{\cos \theta_w - M_{c0,1} \cos \theta \cos \psi - i \sin \theta_w \sqrt{1 - M_{c0,1}^2 + M_{c0,1}^2 \cos^2 \theta \sin^2 \psi}} \times \frac{1 - M_{c0,1} \cos \theta \cos \psi}{\sqrt{1 + M_{c0,1} \sqrt{1 - \cos^2 \theta \sin^2 \psi}}} \tag{11}$$

которое для полярной плоскости ($\psi = 0$) принимает следующий вид:

$$f(\theta_w) = \frac{|\tilde{f}(\theta_w)|}{|\tilde{f}(0)|} = \frac{\sqrt{M_{c0,1} + \cos \theta_w - i \sin \theta_w \sqrt{1 - M_{c0,1}^2}}}{M_{c0,1} \cos \theta - \cos \theta_w + i \sin \theta_w \sqrt{1 - M_{c0,1}^2}} \frac{1 - M_{c0,1} \cos \theta}{\sqrt{1 + M_{c0,1}}} \tag{12}$$

Можно отметить, что единственным параметром, который определяет характер изменения поля рассеяния, является число Маха $M_{c0,1}$, рассчитанное по конвективной скорости возмущений ближнего поля. На рис. 5 для характерных конвективных скоростей возмущений, наблюдающихся в эксперименте [7], представлено изменение

поля рассеяния для трех направлений в зависимости от угла поворота полуплоскости θ_w .

Можно отметить, что кроме поворота поля рассеяния вместе с полуплоскостью также происходит уменьшенное излучение в сторону вниз по потоку (черные кривые) и увеличенное излучения вверх по потоку (синие кривые). Однако заметное изменение амплитуды рассеяния (более 1 дБ) в полярной плоскости (не связанное с поворотом поля) начинает проявляться при достаточно больших углах поворота полуплоскости $\theta_w > 30^\circ$.

Для анализа изменения азимутальной направленности поля рассеяния с увеличением θ_w перепишем выражение (11) в цилиндрической системе координат (x, r, φ) (рис. 4б):

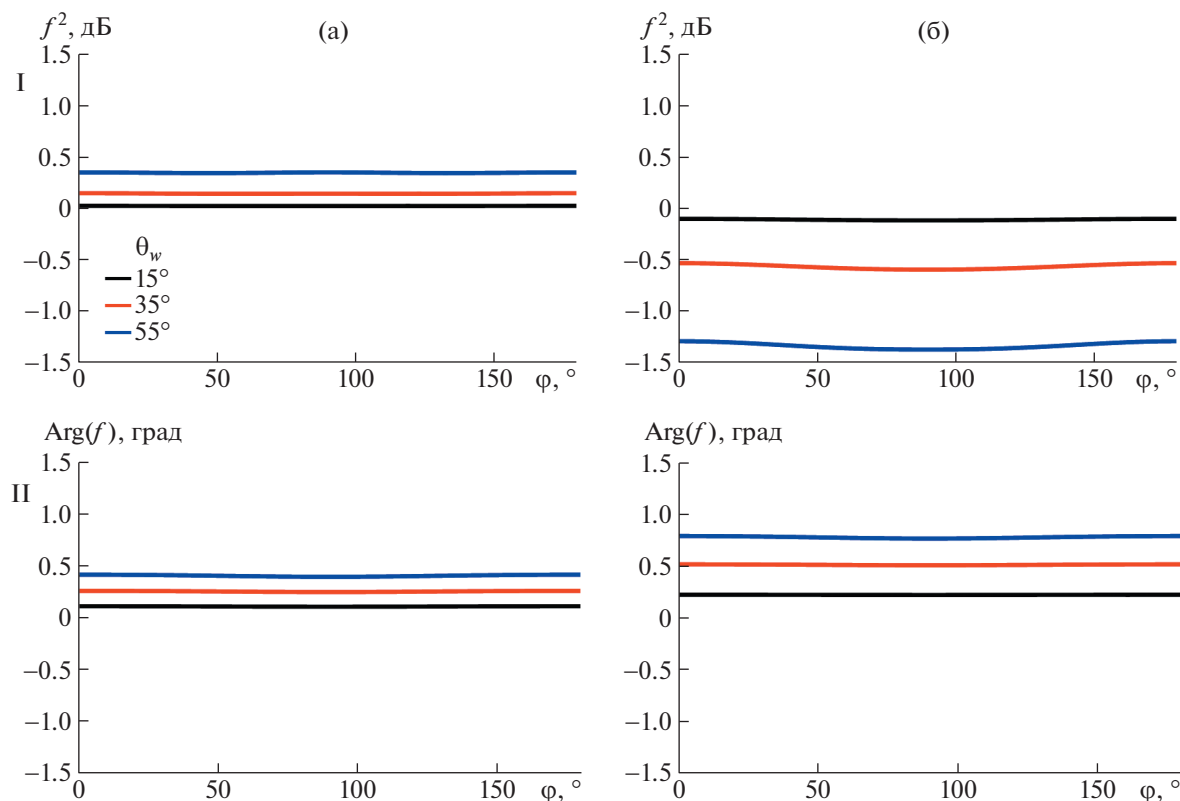


Рис. 6. Изменение амплитуды (I) и фазы (II) поля рассеяния (13) в азимутальной плоскости при отклонении полуплоскости на три разных угла θ_w : $\gamma = 135^\circ$ (а); $\gamma = 45^\circ$ (б).

$$f(\theta_w) = \frac{(1 - M_{c0} \cos \gamma) \sqrt{\cos \theta_w + M_{c0} \sqrt{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \phi}} - i \sin \theta_w \sqrt{1 - M_{c0}^2 + M_{c0}^2 \sin^2 \gamma \sin^2 \phi}}{\sqrt{1 + M_{c0} \sqrt{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \phi}} (\cos \theta_w - M_{c0} \cos \gamma - i \sin \theta_w \sqrt{1 - M_{c0}^2 + M_{c0}^2 \sin^2 \gamma \sin^2 \phi})}. \quad (13)$$

На рис. 6 для выбранной конвективной скорости представлено изменение азимутальной направленности (амплитуда и фаза) для характерных направлений вниз ($\gamma = 45^\circ$) и вверх ($\gamma = 135^\circ$) по потоку (рис. 4б).

Исходя из однородности изменения поля рассеяния по азимутальному углу ϕ , можно сделать вывод, что азимутальный состав шума взаимодействия при повороте рассеивающей поверхности в системе координат, связанной с поверхностью, не изменяется. При экспериментальном исследовании, однако, подвижная измерительная система ввиду технических причин центрируется не на ось x , а на ось $x_{\text{АДТ}}$, которая параллельна оси струи (см. рис. 7). В таком случае, исходя из полученных результатов, можно ожидать, что измерительная система будет детектировать изменение в азимутальном составе при повороте пластины именно из-за несовпадения оси доминирующего источника и оси измерительной системы [15].

Используя выражение (9), можно заранее определить характер изменения шума взаимодействия на поверхности S_c при повороте полуплоскости. На рис. 8 для выбранных параметров $A_{0,1} = 1$ Па, $V_{c0,1} = 0.6V_j$, $St = fd/V_j = 0.2$, $c = 342$ м/с, $V_j = 137$ м/с, $d = 0.04$ м, $h = r_0 = d$, радиус поверхности S_c $r_{\text{АДТ}} = 0.8$ м представлены характеристики шума взаимодействия для горизонтальной и повернутой полуплоскости при рассеянии осесимметричной и первой косинус-моды ближнего поля (параметры выбирались с целью имитации эксперимента, описанного в следующем разделе). Можно отметить, что доминирующие моды a_1 и a_3 при повороте на исследуемый угол практически не изменяются, однако дополнительно начинают проявляться моды a_0 и a_2 . Суммарное же поле в основном поворачивается вместе с полуплоскостью таким образом, что над пластиной (в области тени) происходит увеличение шума взаимодействия вниз по потоку, а под пластиной, наоборот, его уменьшение.

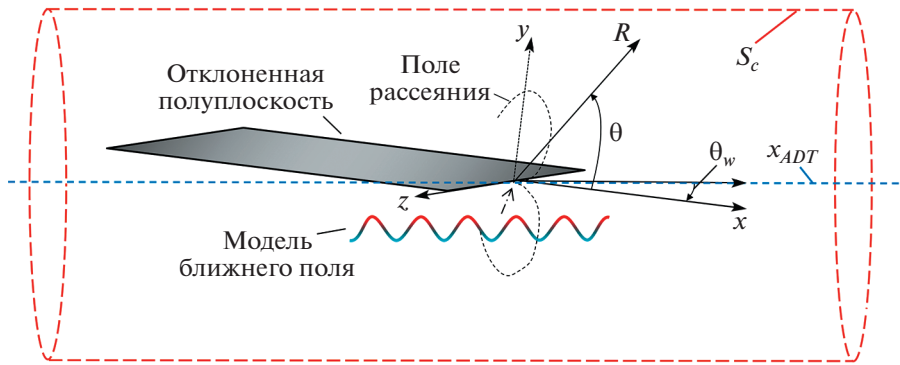


Рис. 7. Схематичное изображение поверхности S_c , на которой экспериментально далее исследуется азимутальный состав шума взаимодействия при разных углах установки пластины (см. также рис. 9).

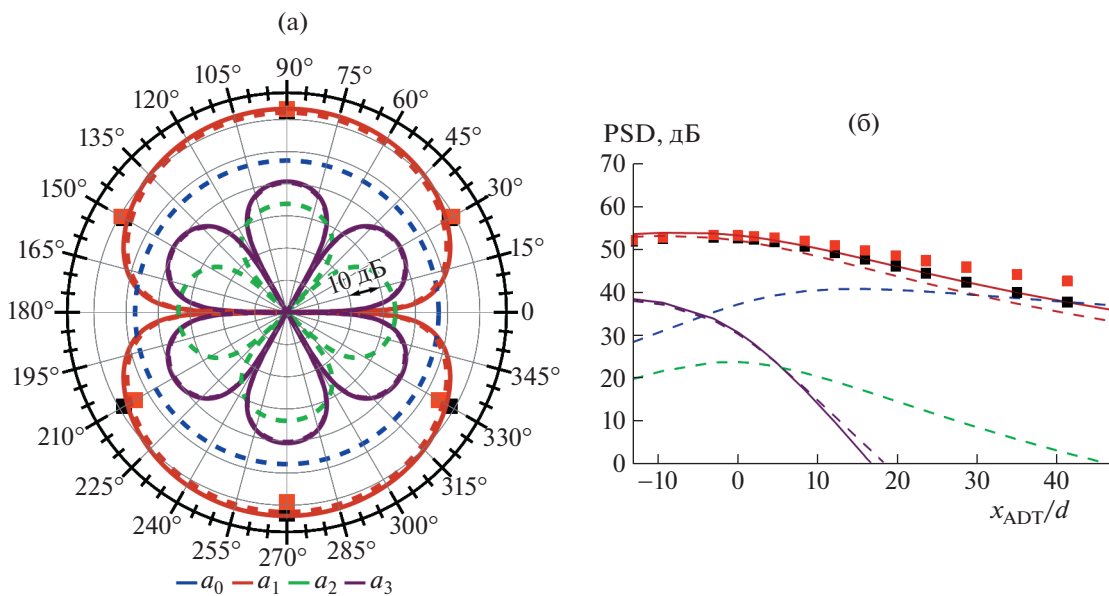


Рис. 8. Рассчитанное изменение характеристик шума взаимодействия при повороте полуплоскости. Символы – суммарное поле (черные – $\theta_w = 0^\circ$, красные – $\theta_w = 35^\circ$); линии – азимутальные моды (сплошные – $\theta_w = 0^\circ$, штриховые – $\theta_w = 35^\circ$); а – азимутальная направленность для $x_{ADT} = 0$; б – “цилиндрическая” направленность для $\varphi = 0^\circ$. $St = 0.3$.

Таким образом, модифицированная модель шума взаимодействия позволяет проводить оценку характера его изменения при повороте рассеивающей поверхности.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальное исследование влияния угла отклонения моделирующей крыло пластины на дальнее поле шума установленной вблизи нее струи проводилось в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ (рис. 9). Рассматривалась холодная турбулентная струя, истекающая со скоростью 137 м/с ($M_j = 0.4$) из сопла диаметром $d = 40$ мм. Размеры пластины составляли $1.2 \times 0.35 \times 0.003$ м. Положение задней кромки пластины относительно

среза сопла задавалось относительными размерами $l/d = 3.25$ и $h/d = 1$. Пластина устанавливалась под различными углами $\theta_w = 0^\circ, 15^\circ, 35^\circ, 50^\circ$, при этом положение задней кромки оставалось неизменным относительно среза сопла, что обеспечивало фиксирование рассеиваемого поля.

Измерительная система представляет собой 6 1/2" микрофонов Briel&Kjaer (тип 4189) с предусилителями модели 2669 (диапазон частот 40–25600 Гц, чувствительность 50 мВ/Па), установленных на окружности радиусом $R = 0.8$ м в углах правильного шестиугольника. Подвижные рожки, на которых располагались микрофоны, позволяли центрировать решетку на параллельную оси струи линию продолжения горизонтальной расположенной пластины (рис. 9б). Важность

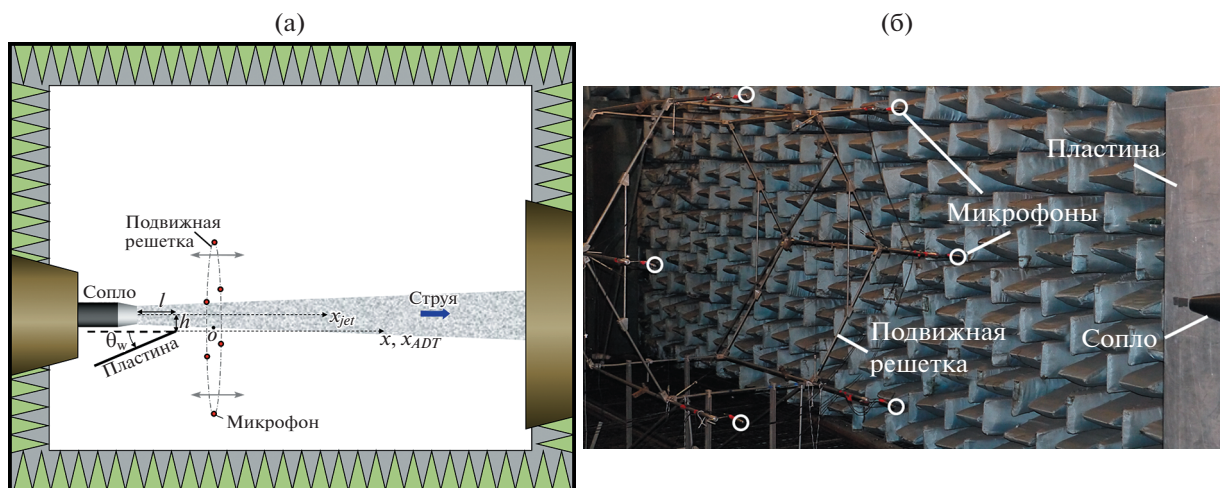


Рис. 9. Экспериментальные измерения азимутальных мод в дальнем акустическом поле двигателя с учетом эффекта компоновки в АК-2 ЦАГИ. а – схема эксперимента; б – фотография эксперимента ($\theta_w = 0^\circ$).

правильного центрирования решетки отмечалась в работе [15]. Измерительная система крепилась на траверсную систему FESTO, которая позволяла проводить последовательные измерения в заданных продольных положениях решетки. Всего для каждого угла поворота пластины проводилось 15 последовательных измерений в области $15 < x_{ADT}/d < 50$, $x_{ADT} = 0$ соответствует положению решетки, при котором микрофоны располагаются в плоскости задней кромки пластины.

Таким образом, в 15 сечениях на поверхности S_c (рис. 7) при помощи Метода азимутальной декомпозиции, разработанного ранее в ЦАГИ [16], экспериментально были получены данные как о суммарном поле пульсаций давления, так и о шести доминирующих азимутальных модах.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА И ВАЛИДАЦИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ

Сначала рассмотрим изменение суммарного поля шума установленной струи при повороте пластины на всей поверхности S_c . На рис. 10 представлены спектральные карты для случая горизонтальной и повернутой пластины. Из представленных результатов можно видеть усиление шума над пластиной и ослабление шума под пластиной в области вниз по потоку ($x_{ADT} > 10d$). Этот эффект объясняется поворотом направленности шума взаимодействия вместе с пластиной, о котором шла речь в разделе, посвященном развитию математической модели.

На рис. 11 представлено изменение цилиндрической направленности в области спектрального максимума модального состава шума взаимодействия при повороте пластины. Для области вниз

по потоку ($x_{ADT} > 0$) можно отметить предсказанное теоретически изменение модального состава (рис. 8б), при котором лишь осесимметричная мода a_0 претерпевает существенное усиление, а остальные моды остаются практически неизменными. При $x_{ADT} \sim 0$ мода a_2 претерпевает в данной области усиление, что также было описано разработанной моделью. Для области вверх по потоку ($x_{ADT} < 0$) модальный состав (a_0, a_1, a_3) претерпевает изменение интерференционного характера (с минимумами и максимумами), что связано, по всей видимости, с конечным размером хорды пластины [9], который не учитывается в рассматриваемой модели.

Таким образом, разработанная модель позволяет на качественном уровне описать изменение характеристик шума взаимодействия при повороте рассеивающей поверхности. Для проверки способности модели количественно описать эффект изменения характеристик шума взаимодействия рассмотрим цилиндрическую направленность суммарного поля под пластиной ($\varphi = 180^\circ$) и над пластиной ($\varphi = 0^\circ$). Воспользуемся при этом выражением (9), примем конвективную скорость возмущений равной $M_{c0,1} = 0.6M_j$ [7], а амплитуды $A_{0,1}$ подберем так, чтобы модель (9) предсказывала уровни шума взаимодействия в случае $\theta_w = 0^\circ$. После определения таким образом необходимых параметров при помощи выражения (9) было рассчитано суммарное поле рассеяния осесимметричной и первой моды для оставшихся углов поворота полуплоскости $\theta_w = 15^\circ, 35^\circ, 50^\circ$.

На рис. 12 представлено сравнение энергетической суммы полученного в эксперименте шума изолированной струи и рассчитанного с помощью модели (9) шума взаимодействия с измеренным в эксперименте полным полем шума конфи-

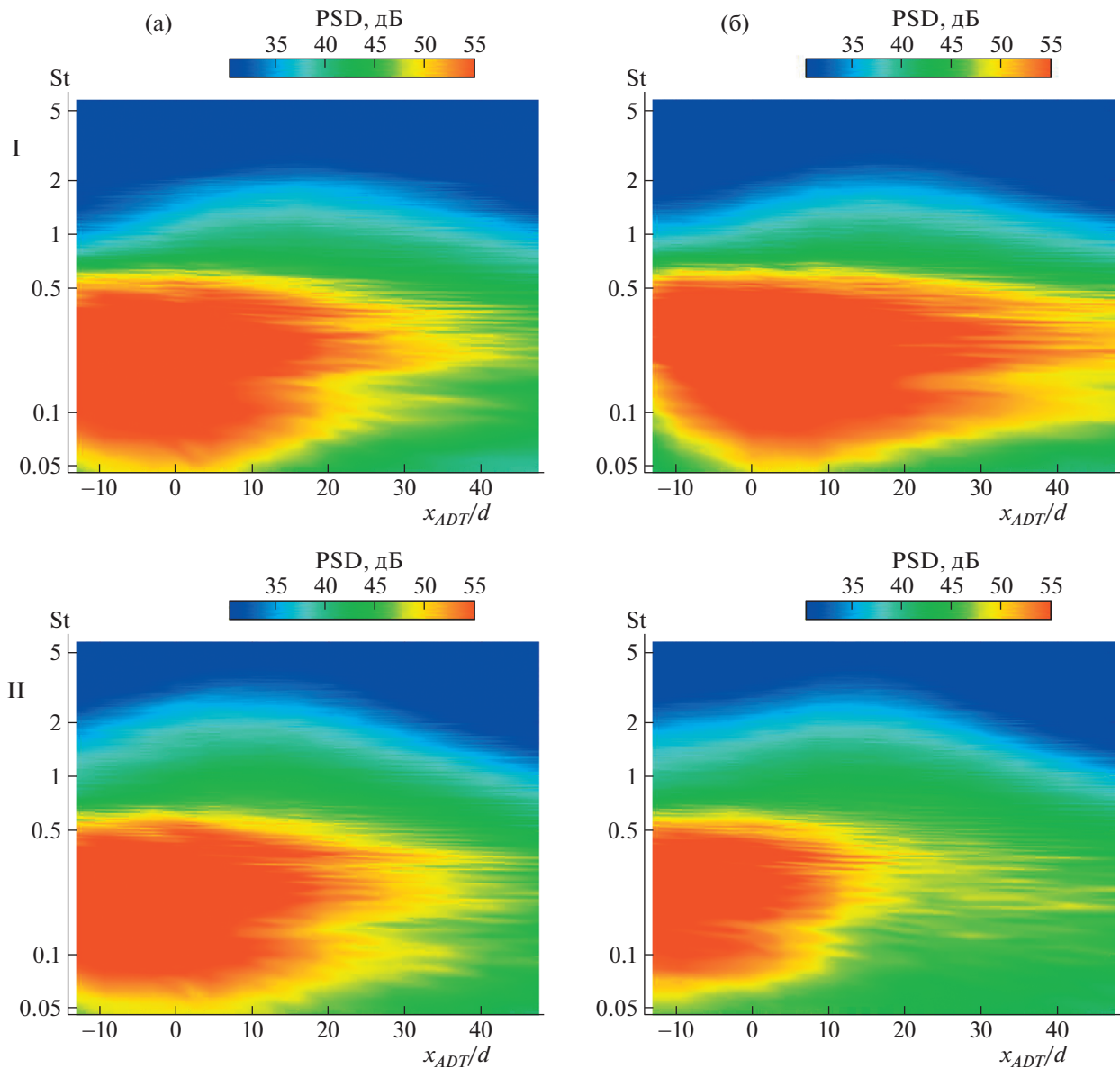


Рис. 10. Спектральные карты суммарного поля для случая неотклоненной $\theta_w = 0^\circ$ (а) и отклоненной $\theta_w = 35^\circ$ (б) пластины: $\varphi = 0^\circ$ (I); $\varphi = 180^\circ$ (II).

гурации “струя–пластина”. Можно отметить, что на линии под пластиной (рис. 12а) модель достаточно хорошо описывает изменение поля с поворотом пластины во всей исследуемой области значений x_{ADT} . На линии над пластиной (рис. 12б) модель согласуется с измерениями в области вниз по потоку ($x_{ADT} > 0$). В то же время в эксперименте наблюдается существенное снижение шума взаимодействия в области $x_{ADT} < 0$ при больших углах отклонения пластины, которое модель рассеяния на полуплоскости не описывает. По всей видимости, наблюдаемый эффект, как это уже упоминалось выше, связан с конечностью хорды пласти-

ны, которая существенно влияет на направленность шума взаимодействия в задней полусфере.

Таким образом, в результате экспериментальных исследований получена база данных шума взаимодействия струи и пластины при ее различных углах установки, которая позволила валидировать разработанную аналитическую модель и оценить границы ее применимости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе теоретически и экспериментально исследован эффект угла установки крыла на ха-

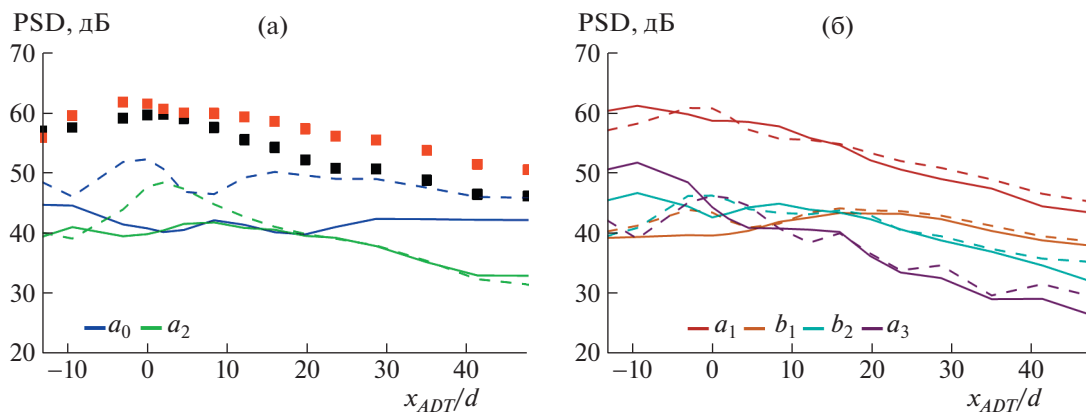


Рис. 11. Цилиндрическая направленность для $\varphi = 0^\circ$ азимутальных мод шума установленной струи в области спектрального максимума $St = 0.3$. Символы – суммарное поле (черные – $\theta_w = 0^\circ$, красные – $\theta_w = 35^\circ$); линии – азимутальные моды (сплошные – $\theta_w = 0^\circ$, штриховые – $\theta_w = 35^\circ$).

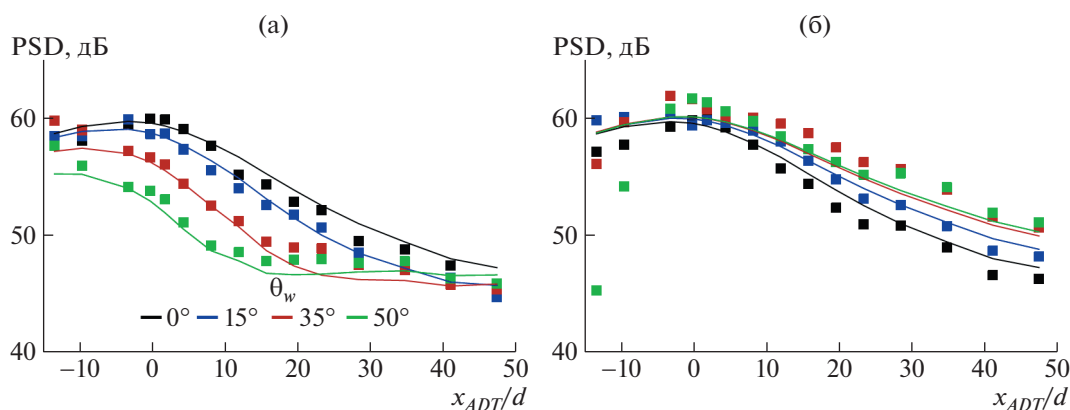


Рис. 12. Сравнение измеренных (символы) и предсказанных с помощью (9) (линии) цилиндрических направленностей полного поля шума установленной вблизи пластины струи при различных углах отклонения θ_w пластины: $\varphi = 180^\circ$ (а); $\varphi = 0^\circ$ (б).

рактические характеристики шума взаимодействия струи и крыла самолета.

Получено аналитическое решение модельной задачи, в которой возмущения давления в ближнем поле струи представляются в виде суперпозиции азимутальных гармоник, для которых с помощью метода Винера–Хопфа решается задача рассеяния на жесткой полуплоскости, повернутой на заданный угол относительно оси струи. В рамках полученного решения в приближении дальнего поля выведено удобное для анализа выражение, описывающее изменение шума взаимодействия с поворотом полуплоскости.

Проведены экспериментальные исследования в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ для конфигурации “струя–пластина” с использованием подвижной азимутальной решетки. Сформирована обширная база данных по изменению основных характеристик шума взаимодействия при различных углах поворота пластины с фиксированным

положением ее задней кромки. Полученная информация использована для валидации теоретической модели шума взаимодействия.

Показано, что разработанная модель позволяет описывать на качественном и количественном уровне изменение как суммарного поля шума взаимодействия в виде поворота направленности с усилением амплитуды пульсаций вверх и снижением вниз по потоку, так и азимутального состава шума в виде усиления осесимметричной моды в области вниз по потоку и второй косинус-моды в боковом направлении при практически неизменных амплитудах остальных мод. При этом модель несколько завышает уровень шума над пластиной в направлении вверх по потоку, что связано с неучетом конечности хорды крыла. В последующих исследованиях планируется дальнейшая модификация модели с целью данного эффекта, что позволит уточнить получаемые оценки в области вверх по течению.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016). Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФГУП “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Delfs J.* Simulation of aircraft installation noise. A key to low noise aircraft design // 4th CEAA. Svetlogorsk, 2016.
2. *Way D.J., Turner B.A.* Model tests demonstrating under-wing installation effects on engine exhaust noise // AIAA Aeroacoustics Conference. 1980. AIAA-80-1048.
3. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically: I. general theory // Proc. Royal Soc. Series A. 1952. V. 211. P. 564–581.
4. *Беляев И.В., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А.* Исследование влияния угла отклонения закрылка на шум взаимодействия двухконтурной струи и стреловидного крыла в спутном потоке // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 14–25.
5. *Lawrence J.L.T., Azarpeyvand M., and Self R.H.* Interaction between a Flat Plate and a Circular Subsonic Jet // 17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2011. AIAA-2011-2745.
6. *Brown C.A.* Jet-surface interaction test: far-field noise results // Trans. ASME J. Engng Gas Turbines Power. 2013. V. 135. № 7. 71201.
7. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
8. *Cavalieri A.V.G., Jordan P., Wolf W.R., Gervais Y.* Scattering of wavepackets by a flat plate in the vicinity of a turbulent jet // Journal of Sound and Vibration. 2014. V. 333. P. 6516–6531.
9. *Lyu B., Dowling A.P., and Naqavi I.* Prediction of Installed Jet Noise // Journal of Fluid Mechanics. 2017. V. 811. P. 234–268.
10. *Piantanida S., Jaunet V., Huber J., Wolf W., Jordan P., and Cavalieri A.V.G.* Scattering of turbulent-jet wavepackets by a swept trailing edge // AIAA Journal. 2016. V. 140. № 6. P. 4350–4359.
11. *Lyu B., Dowling A.P.* Prediction of installed jet noise due to swept wings // 24th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2018. AIAA-2018-2980.
12. *Nogueira P.A.S. et al.* Acoustic radiation of subsonic jets in the vicinity of an inclined flat plate // Journal of the Acoustical Society of America. 2019. V. 146. № 1. P. 50–59.
13. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Анализ взаимной связи модовой структуры пульсаций ближнего поля струи и шума взаимодействия струи и крыла. // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 34–45.
14. *Бычков О.П.* Исследование физических механизмов усиления шума за счет взаимодействия струи и крыла самолета // Дис. канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. МГУ им. М.В. Ломоносова. М., 2021. 145 с.
15. *Faranosov G.A., Belyaev I.V., Kopiev V.F., Bychkov O.P.* Azimuthal Structure of Low-Frequency Noise of Installed Jet // AIAA Journal. 2019. V. 57. № 5. P. 1885–1898.
16. *Amiet R.K.* Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream // Journal of Sound and Vibration. 1975. V. 41. № 4. P. 407–420.
17. *Kopiev V.F.* Azimuthal Decomposition of Turbulent Jet Noise and Its Role for Diagnostic of Noise Sources // Advances in Aeroacoustics and Applications, VKI Lecture Series 2004–05. Ed. by J. Anthoine, A. Hirschberg, von Karman Inst. for Fluid Dynamics, Sint-Genesius-Rode, Belgium. 2004. P. 1–24.

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF THE WING SETTING ANGLE ON THE SCATTERING CHARACTERISTICS OF THE NEAR HYDRODYNAMIC FIELD OF A TURBULENT JET

O. P. Bychkov^a and G. A. Faranosov^a

^aMoscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia

The results of a theoretical and experimental study of the influence of the wing installation angle on the far acoustic field associated with the scattering of hydrodynamic perturbations of the near field of a turbulent subsonic jet on trailing edge of the wing are presented. For a model in which the scattering surface is modeled by a half-plane, using the Wiener-Hopf method, an analytical dependence of the main characteristics of the scattering field on the installation angle of the scattering surface is obtained. An experimental study of the sound field of the “nozzle-plate” configuration using a movable azimuthal array of microphones was carried out in the anechoic chamber AC-2 TsAGI, and a good agreement between the theoretical model and the measurement data was shown.

Keywords: jet-wing interaction noise, diffraction, instability waves, Wiener-Hopf technique

УДК 534.6.08

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ШУМА ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НАТУРНОГО САМОЛЕТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОМИКРОФОННОЙ АНТЕННЫ И АЛГОРИТМОВ БИМФОРМИНГА

© 2022 г. В. Ф. Копьев¹, М. Ю. Зайцев^{1,*}, С. А. Величко¹,
А. В. Долотовский², В. И. Шевяков²

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Представлены результаты акустического летного эксперимента по локализации и ранжированию источников аэродинамического шума натурального самолета с использованием 108-микрофонной антенны. В результате проведенных исследований получены уникальные данные о пространственном положении основных источников шума натурального самолета и их частотном составе, а также проведен сравнительный анализ относительного вклада каждого из источников в суммарный шум самолета для различных режимов полета. Представленные результаты будут использованы при разработке малошумных конфигураций отечественных пассажирских самолетов для обеспечения конкурентоспособных уровней шума на местности, удовлетворяющих современным и перспективным нормам ИКАО.

Ключевые слова: фазированная антенна, бимформинг, акустические источники

DOI: 10.31857/S2686740022050091

ВВЕДЕНИЕ

В современной аэроакустике одним из важных инструментов разработки и проверки эффективности малошумных технологий является использование фазированных микрофонных решеток и сложных математических алгоритмов (так называемый “бимформинг”) для определения характеристик источников аэродинамического шума. Основными источниками шума самолета являются двигатели (турбулентная высокоскоростная реактивная струя, вентилятор, турбина), элементы планера (крыло и шасси), турбулентный пограничный слой на поверхности фюзеляжа и крыла. Алгоритмы бимформинга [1] применяются для решения обратной акустической задачи излучения, т.е. для определения таких характеристик акустических источников, как пространственное положение и амплитуда, по измеренным сигналам на специально разработанных микрофонных антеннах. Основная идея состоит в том, чтобы объ-

единить данные, собранные микрофонной антенной, с моделью распространения звука для определения параметров источника [2]. Обзор наиболее известных и современных методов акустической визуализации и рекомендации по их использованию представлен в [3]. Также в обзоре приводятся результаты современных исследований, демонстрирующие эффективность большинства методов бимформинга в аэроакустических приложениях.

В настоящее время микрофонные антенны становятся стандартным инструментом для анализа источников шума натурального самолета при проведении летных испытаний. В России подобная методология летного эксперимента была впервые применена в 2018 г. в ходе предварительных сертификационных летных испытаний (ЛИ) по шуму на местности [4]. Результаты этих испытаний показали, что новая методология проведения летных испытаний позволяет не только создать акустический “портрет” исследуемого самолета, но и использовать ее в работах по доводке самолетов до требуемого уровня стандартов ИКАО по шуму на местности.

За последние десятилетия уровень шума двигателя был значительно уменьшен по сравнению с более старыми турбореактивными двигателями благодаря таким технологиям, как турбовентиляторные двигатели с большой степенью двухкон-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

²ПАО “Корпорация “Иркут”, Филиал “Региональные самолеты”, Москва, Россия

*E-mail: aeroacoustics@tsagi.ru



Рис. 1. Объект акустических испытаний – ближне-магистральный самолет.

турности и установке звукопоглощающих облицовок в каналах двигателя. В этой ситуации возросла относительная значимость шума планера, особенно во время захода на посадку, который рассматривается как потенциальная нижняя граница для шума самолетов в будущем [5]. Поэтому важно определить наиболее шумные элементы планера самолета для дальнейшего снижения уровня шума и получения точной информации об их характеристиках для реализации в расчетных моделях прогнозирования шума. Точные параметрические модели прогнозирования авиационного шума необходимы для проектирования будущих малошумных летательных аппаратов и разработки эффективной стратегии снижения шума существующих самолетов [6, 7].

Основной целью настоящей работы являются анализ данных летного эксперимента и получение карт локализации источников шума ближне-магистрального самолета (рис. 1) для посадочной конфигурации механизации крыла и шасси в третьоктавных полосах частот; ранжирование основных источников шума самолета на посадке с использованием данных летного эксперимента. Полученные в работе данные по ранжированию источников шума ближнемагистрального самолета будут использованы для выработки рекомендаций по снижению шума элементов планера в третьей контрольной точке для удовлетворения норм ИКАО при сертификации самолета по шуму на местности.

Для достижения поставленных целей в работе используется новейшая методология проведения летных испытаний, основанная на применении многомикрофонных антенн и алгоритмов локализации источников шума.

Эта методология предусматривает одновременную запись акустических сигналов 108 микрофонами, расположенными в строго определен-

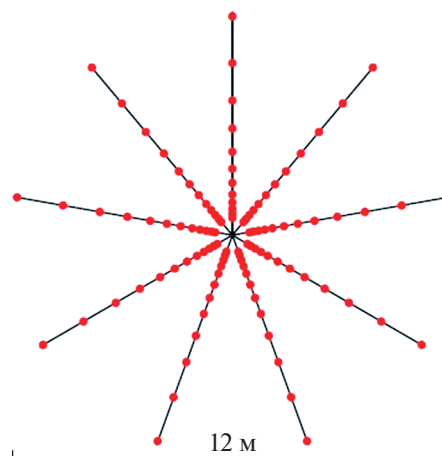


Рис. 2. Схема расположения микрофонов в 108-микрофонной антенне.

ных точках антенны (рис. 2), синхронизованную с помощью GPS-генератора точного времени с бортовой системой траекторных измерений. Последующая обработка полученных данных пролетного шума самолета с использованием сложных алгоритмов бимформинга позволила локализовать основные источники шума натурального самолета и определить относительный вклад каждого из них в суммарный шум самолета. При вычислении звуковой мощности источников шума самолета применяются следующие поправки: коррекция на амплитудный эффект Доплера, сферическое распространение звуковой волны, атмосферное затухание звука при распространении от самолета к антенне, удвоение звукового давления на твердой поверхности.

1. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКОВ ШУМА САМОЛЕТА-ПРОТОТИПА SSJ-NEW ДЛЯ ПОСАДОЧНОЙ КОНФИГУРАЦИИ МЕХАНИЗАЦИИ КРЫЛА И ШАССИ

1.1. Измерения пролетного шума натурального самолета 108-микрофонной антенной

В ходе летных испытаний по шуму на местности ближнемагистрального самолета были получены синхронизованные по времени акустические, траекторные, метеорологические и бортовые экспериментальные данные, необходимые для построения карт локализации и для ранжирования источников шума планера самолета.

Горизонтальные пролеты самолета над микрофонной решеткой (рис. 3) осуществлялись при различных посадочных конфигурациях механизации крыла (FLAPS“3”, FLAPS“FULL”), отличающихся углом отклонения предкрылков и закрылков, и выпущенных или убранных шасси. Полеты выполнялись для четырех значений приборной ско-

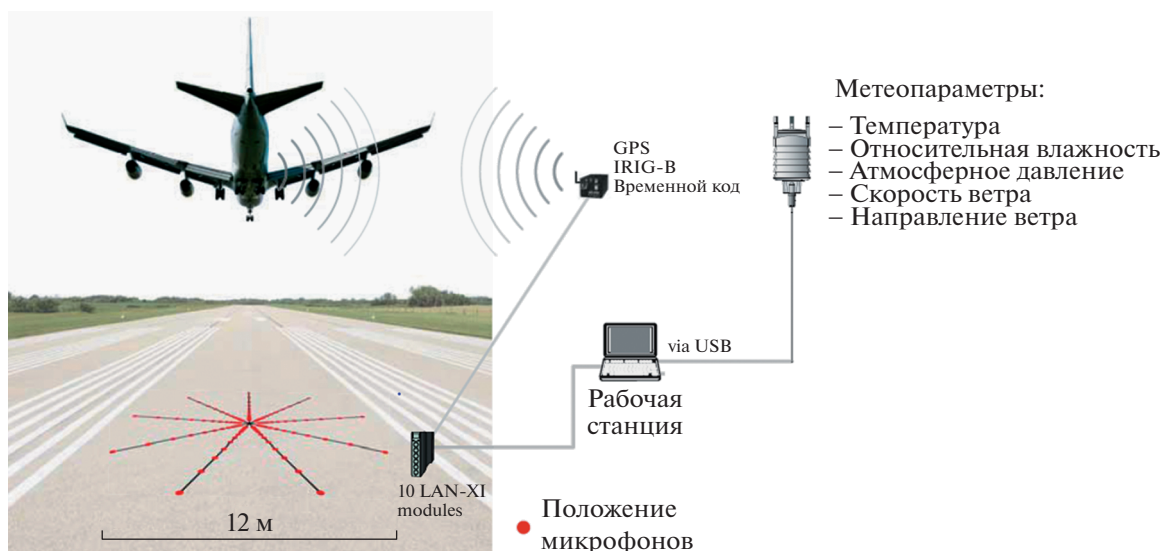


Рис. 3. Схема работы аппаратно-программного комплекса по локализации источников шума при пролетных испытаниях самолета.

рости самолета, характерных для режима захода на посадку. Высота пролета составляла 80 м.

Экспериментальная база акустических данных была получена с использованием имеющегося в ЦАГИ аппаратно-программного комплекса по локализации источников шума при пролетных испытаниях. В состав аппаратно-программного комплекса входят следующие основные элементы:

- Антенна пролетного шума (рис. 4) представляет собой горизонтальную антенну диаметром 12 м из 108 микрофонных каналов, разработанную для быстрого и точного развертывания в условиях летного эксперимента. Антенна может применяться для определения положения и мощности источников авиационного шума как в рамках научно-исследовательских работ, так и для целей сертификации самолетов по шуму на местности. Стандартный диапазон частот от 600 Гц до 6 кГц;

- 10 двенадцатиканальных блоков сбора данных LAN-XI 3053-B-120 (Briel & Kjaer);

- программное обеспечение PULSE Array Acoustics Beamforming (рис. 5);

- Сервер единого времени IRIG-B ES-292.

1.2. Формирование синхронизированных по времени массивов базы данных акустических наземных и бортовых измерений для системы обработки и анализа

Для создания синхронизированных массивов акустических и траекторных данных была создана специализированная программа, которая из данных внешнетраекторных измерений самолета выбирала моменты времени, когда ближнемаг-

стральный самолет находился на минимальном расстоянии от центра микрофонной решетки.

В табл. 1 представлены результаты работы программы: время пролета самолета вблизи центра акустической решетки и выборочные параметры самолета, соответствующие акустической записи.

Затем проводилось сопоставление траекторных данных с временными интервалами, в которые была сделана акустическая запись. Для этого “сырая” акустическая запись (рис. 6) обрабатывалась в программе PULSE Reflex, в результате чего определялись временные границы записи звуко-

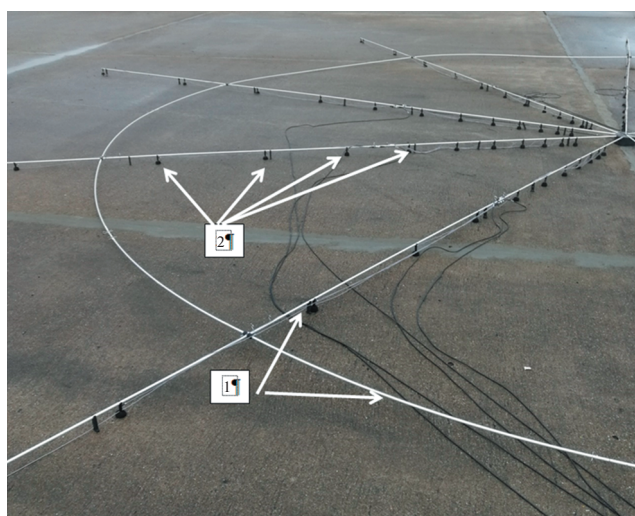


Рис. 4. Элементы измерительной системы, развернутой для проведения ЛИ по локализации источников шума: (1) 108-микрофонная, 9-лучевая антенна, (2) измерительные микрофоны.

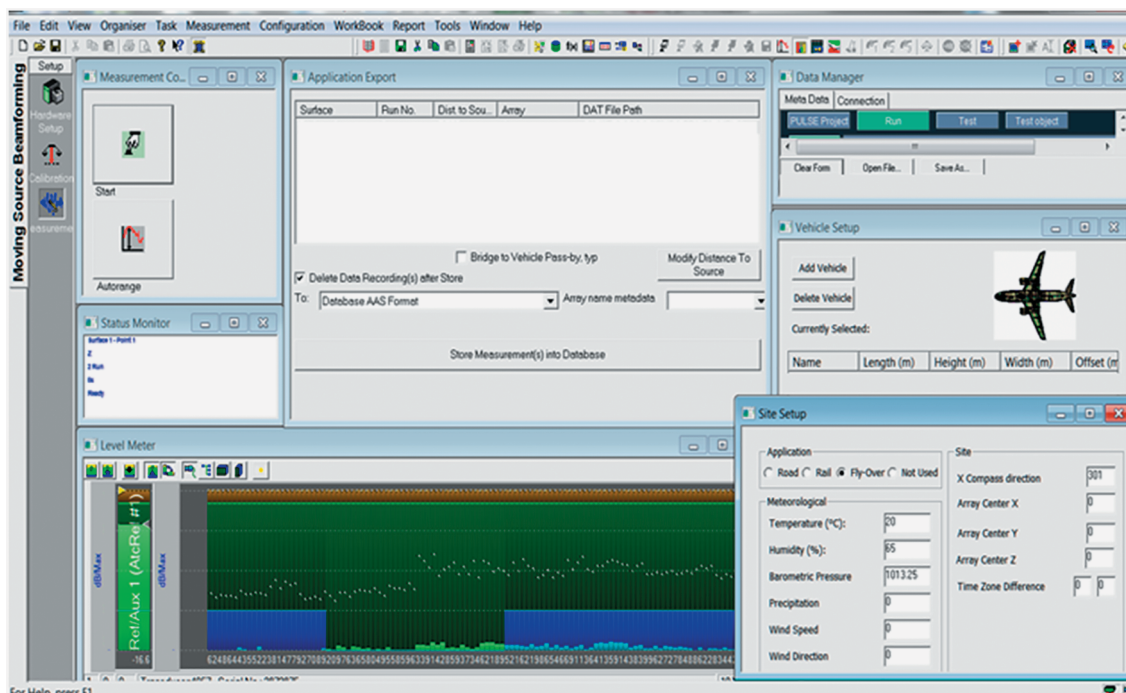


Рис. 5. Дисплей установки параметров программы записи данных микрофонной решетки.

вого давления, которые использовались для построения карт локализации источников шума ближнемагистрального самолета.

Время пролета самолета вблизи центра акустической решетки, полученное с помощью борто-

вой системы траекторных измерений КБТИ-М, сопоставлялось затем с временным интервалом соответствующей акустической записи (точное время акустической записи определялось по IRIG-B сигналу, записанному вместе со 108 микрофонными сигналами).

Таблица 1

ID режима	Время пролета	Об. дв. 1, %	Об. дв. 2, %	Mach_1
ff_gon_157_0	Trck_15_18_43_4.txt	65.28	65.58	0.24
ff_gon_148_0	Trck_15_24_05_7.txt	66.63	66.17	0.23
ff_gon_146_4	Trck_15_32_50_0.txt	63.09	63.20	0.23
ff_gon_137_5	Trck_15_38_39_4.txt	64.12	64.02	0.21
ff_gon_153_1	Trck_15_44_32_9.txt	68.36	68.33	0.24
ff_gon_1471	Trck_15_50_05_5.txt	68.62	68.55	0.23
ff_gon_143	Trck_15_55_46_4.txt	65.06	65.03	0.22
ff_gon_141_1	Trck_16_07_08_6.txt	62.12	62.58	0.22
ff_goff_156_2	Trck_16_12_36_8.txt	55.71	55.80	0.24
ff_goff_148_8	Trck_16_17_54_3.txt	57.97	57.99	0.23
ff_goff_145_4	Trck_16_23_15_2.txt	56.96	57.14	0.22
ff_goff_137_1	Trck_16_28_24_5.txt	60.24	60.18	0.21
ff_goff_153_6	Trck_16_33_15_3.txt	58.13	58.10	0.24

Примечание. Об. дв. 1/2 – величина оборотов вентилятора правого и левого двигателя в процентах от максимального значения; Mach_1 – значение числа Маха самолета, вычисленное по горизонтальной скорости самолета, отнесенной к местной скорости звука.

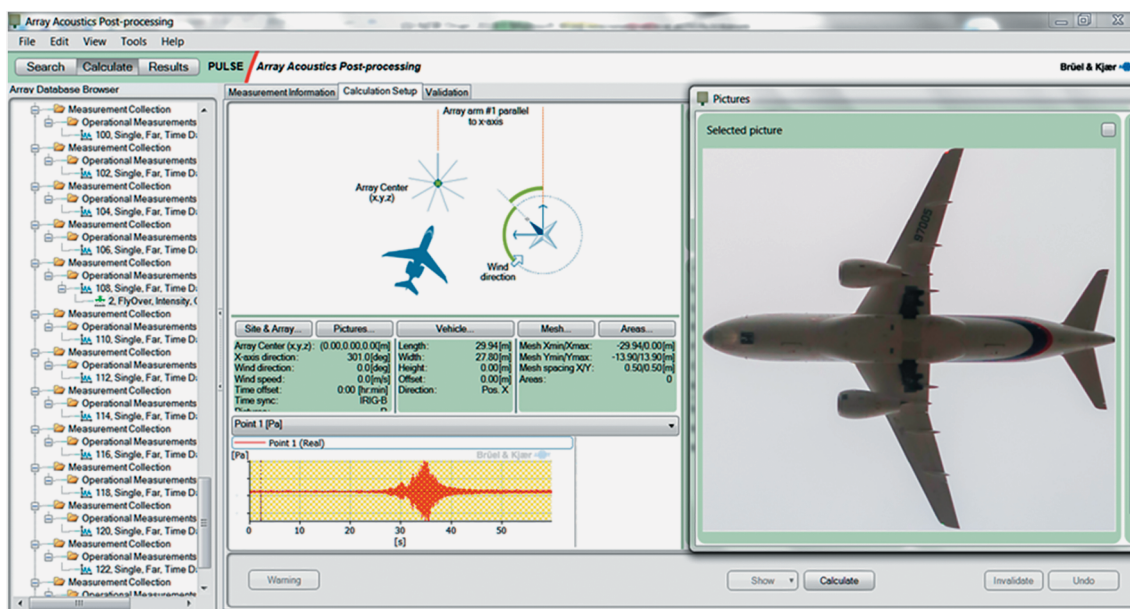


Рис. 6. Окно программы обработки акустических данных с временной реализацией звукового давления на микрофоне № 1 антенны.

1.3. Построение карт локализации источников шума ближнемагистрального самолета в третьоктавных полосах частот

После того как были сформированы синхронизированные массивы акустических и траекторных данных, для построения карт локализации шума ближнемагистрального самолета использовалась программа NSI Array Acoustics Post-processing.

На первом этапе обработки для каждой акустической записи пролетного шума загружалась соответствующая траекторная информация из файла FlightTrackInfo, сформированного из данных КБТИ и представленного в табл. 2. Здесь каждая строка содержит двенадцать значений LineCount (номер строки), PassId (номер полета),

GPStime (GPS время), X, Y, Z, V_x , V_y , V_z , Roll (угол крена), Pitch (угол тангажа), Yaw (угол курса).

Затем определяется конфигурация параметров обработки акустических данных: тип спектрального анализа (узкополосный, третьоктавный, октавный и т.д.), частотный диапазон (630–6300 Гц), тип частотного взвешивания (линейное, тип А, тип В). После этого происходил запуск команды расчета и построения карт локализации акустических источников.

На рис. 7 в качестве примера представлена карта локализации источников шума ближнемагистрального самолета в конфигурации Flaps"FULL", шасси выпущено (ШВ), построенная для горизонтального пролета на высоте 82 м со скоростью 157 kt (80.8 м/с). Приводится карта локализации, по-

Таблица 2. Пример трек-файла с параметрами траектории самолета

Номер строки	Номер полета	GPStime	X, м	Y, м	Z, м	V_x , м/с	V_y , м/с	V_z , м/с	Roll	Pitch	Yaw
759	517	11:40:22.74	50	-1.47	68.05	-91.58	1.94	-0.34	3.2	4.4	269.53
760	517	11:40:22.80	45	-1.36	68.04	-91.66	1.94	-0.31	3.22	4.4	269.56
761	517	11:40:22.85	40	-1.26	68.02	-91.75	1.96	-0.28	3.21	4.4	269.58
762	517	11:40:22.91	35	-1.15	68.01	-91.83	1.99	-0.23	3.17	4.4	269.6
763	517	11:40:22.96	30	-1.04	68.01	-91.92	2.04	-0.19	3.13	4.5	269.63
764	517	11:40:23.02	25	-0.92	68	-92	2.08	-0.12	3.11	4.5	269.65
765	517	11:40:23.07	20	-0.81	67.99	-92.09	2.08	-0.05	3.09	4.6	269.66

Примечание. GPStime – время в формате [часы: мин: сек], X/Y/Z положение самолета [м] в глобальной системе координат с центром в центре микрофонной решетки; $V_x/V_y/V_z$ – скорость самолета [м/с] в глобальной системе координат с центром в центре микрофонной решетки; Roll/Pitch/Yaw – углы крена, тангажа и курса самолета [градусы].

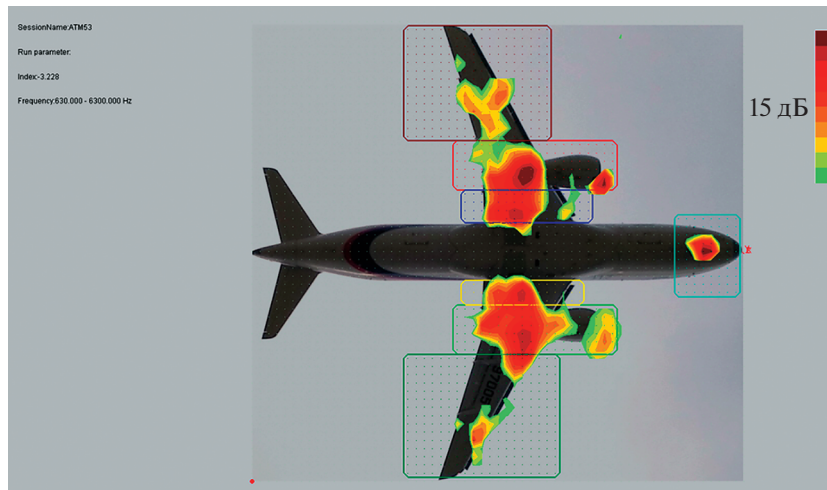


Рис. 7. Карта локализации источников шума ближнемагистрального самолета в широкой полосе частот (630 Гц – 6.3 кГц). Flaps “FULL”, шасси выпущено (ШВ), $V = 157$ kt (80.8 м/с). Осреднение по интервалу траектории 8.1 м.

строенная для суммарного шума в широкой полосе частот (630–6300 Гц) для короткого интервала времени $\Delta t = 0.1$ с, когда самолет находился над центром решетки (расстояние между центром решетки и проекцией носа самолета на ось Ox $\Delta x = 3.3$ м).

Для заданной карты одинаковым цветом обозначены зоны акустических источников с одинаковой поверхностной плотностью звукового давления, измеряемой в $\text{Па}^2/\text{м}^2$ (на картах в дБ). Цветовая шкала в правой части рисунка соответствует динамическому диапазону в 15 дБ, так что источник с максимальным уровнем шума обозначен ярко-красным цветом, а источники, отличающиеся от максимального на величину до 15 дБ, обозначены цветами от желтого до зеленого. Следует также учитывать, что максимальный уровень для разных карт может быть различным.

Как следует из представленной карты локализации, во всем представленном диапазоне частот основными источниками пролетного шума ближнемагистрального самолета над центром решетки являются: 1) реактивная струя правого и левого двигателя (зона за срезом сопла двигателя), 2) шум вентилятора компрессора низкого давления – зона перед срезом входа в воздухозаборник, 3) шасси (носовое и основное), 4) элементы механизации крыла (предкрылки, закрылки, обтекатели механизма выдвижения закрылков). Кроме того, для некоторых режимов пролета заметными становятся источники шума в зоне взаимодействия струи двигателя и задней кромки закрылка, зона взаимодействия следа за шасси и задней кромки закрылка, зона сочленения корневого предкрылка и фюзеляжа. Таким образом, даже картина распределения источников авиационного шума указывает на чрезвычайно сложный характер акусти-

ческого излучения и необходимость снижать шум одновременно многих источников, чтобы добиться снижения шума в сертификационных точках от самолета в целом.

Для каждого участка траектории самолета при пролете над микрофонной решеткой также можно построить карты локализации в третьоктавных полосах частот (рис. 8а–л), что дает более детальную картину распределения источников по частотам, чем карты суммарного уровня, приведенные на рис. 7.

На рис. 8а–в представлены карты локализации для третьоктавных полос с центральными частотами 630, 800 и 1000 Гц. Основные источники шума с одинаковой поверхностной плотностью акустического давления ($\text{Па}^2/\text{м}^2$) – это реактивная струя за обоими двигателями, а также носовое и основное шасси. Меньшая амплитуда излучается консолью крыла. Шум взаимодействия реактивной струи и задней кромки закрылков в этом частотном диапазоне не наблюдается (возможно, из-за довольно большой скорости полета 157 kt). На рис. 8в (1000 Гц) локализуется также новый источник шума, сопоставимый по амплитуде с шумом струи двигателя и шасси, а именно шум вентилятора правого двигателя. Так как для других частотных полос этот источник не проявляется, можно сделать вывод об узкополосном или даже тональном характере этого излучения, которое может дать вклад в тональную поправку при вычислении сертификационных уровней шума.

Для области средних частот (рис. 8г–з) появляются дополнительные источники, локализованные в области задней кромки корневого и внешнего закрылка; шум носового шасси макси-

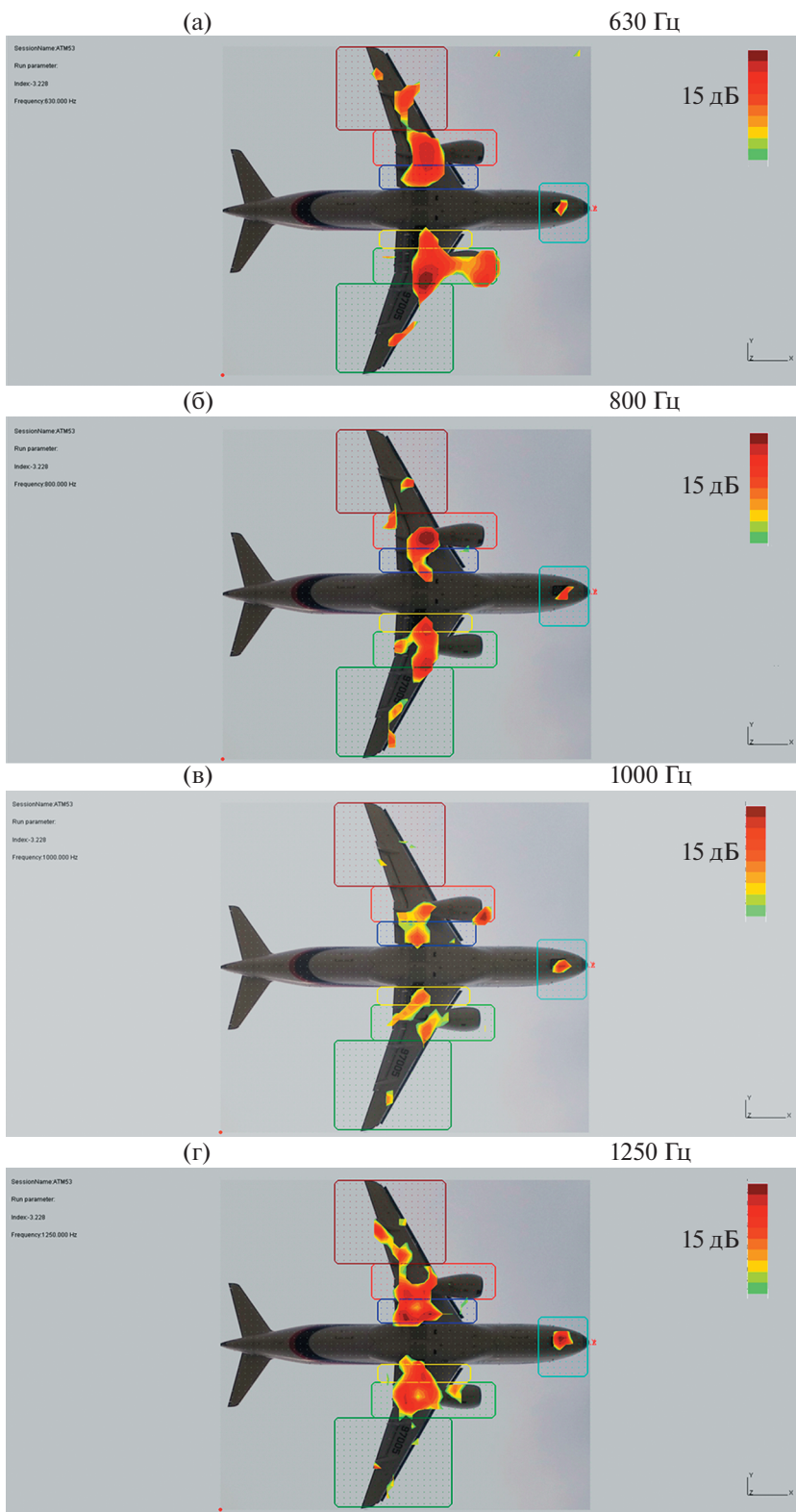


Рис. 8. Карты локализации источников в третьоктавных частотных полосах (конфигурация как на рис. 7). Положение самолета относительно микрофонной решетки $x = -3.2$ м.

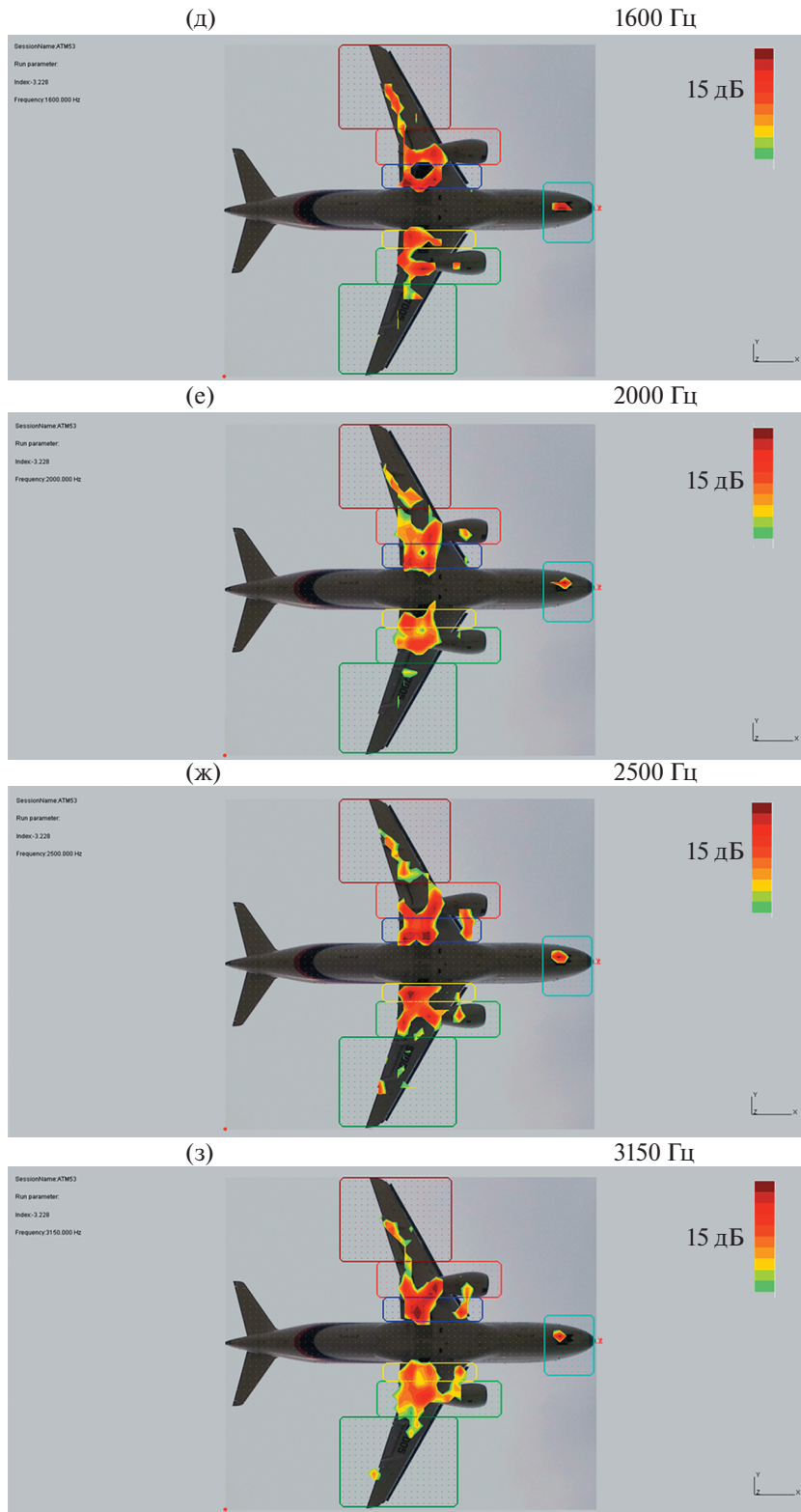


Рис. 8. Продолжение.

мален в полосе 1250 Гц (рис. 8г) и практически незаметен для более высоких частот.

В высокочастотной области (4000–6300 Гц, рис. 8и–л) двигатель, основное шасси и задняя

кромка корневого предкрылка дают основной вклад в шум самолета при рассматриваемой конфигурации и скорости полета. Из необычных источников в этом частотном диапазоне можно от-

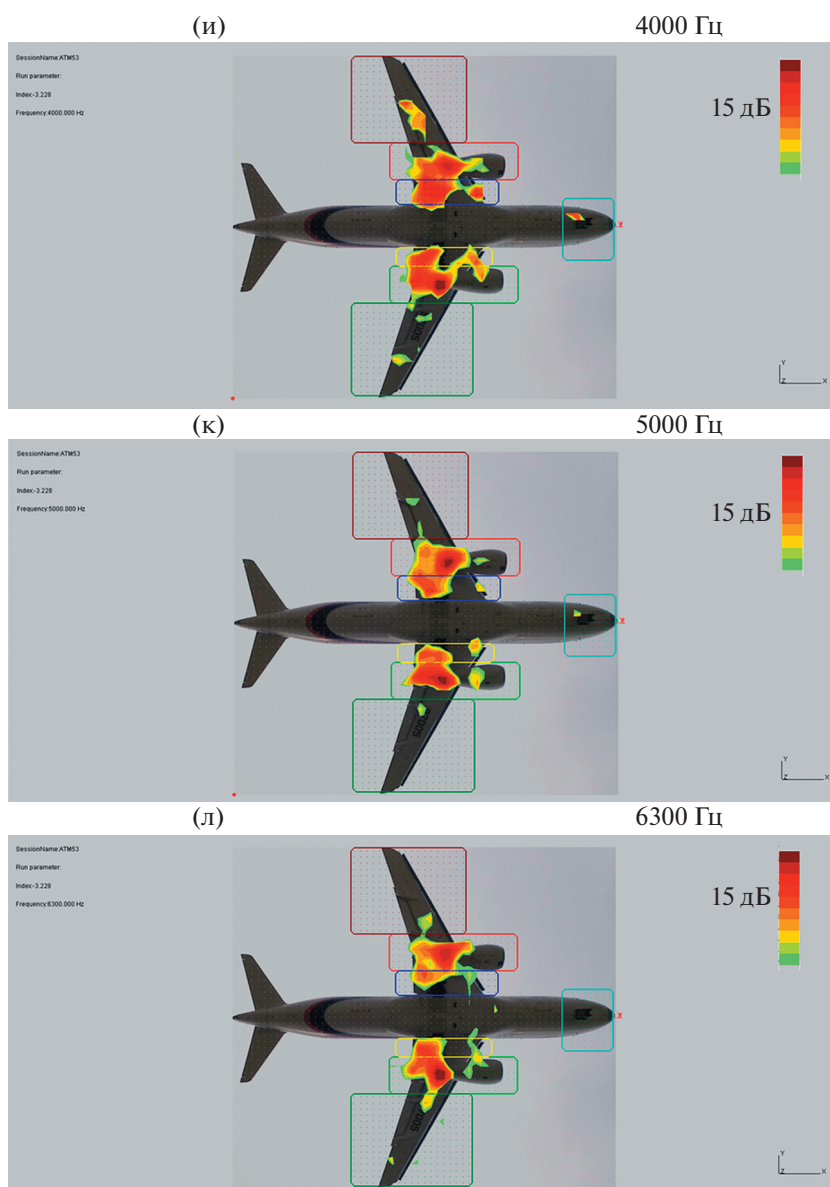


Рис. 8. Окончание.

метить зону сочленения предкрылка и фюзеляжа, которая визуальнo дает больший вклад, чем носовое шасси.

2. РАНЖИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ИСТОЧНИКОВ ШУМА САМОЛЕТА НА ПОСАДКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ ЛЕТНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

2.1. Пример расчета интенсивности источников пролетного шума ближнемагистрального самолета

Применяемая в работе методика локализации и ранжирования источников пролетного шума ближнемагистрального самолета позволяет также провести декомпозицию суммарного шума само-

лета на отдельные акустические источники и количественно оценить (проранжировать) вклад каждого источника при различных конфигурациях механизации крыла и шасси и скоростях полета (рис. 9, 10).

Из приведенных на рис. 10 третьоктавных спектров отдельных компонент шума самолета можно сделать следующие выводы. Шум двигателей (красная и зеленая кривая) для данного пролета доминирует практически во всей частотной полосе, за исключением диапазона частот 1.25–3.15 кГц, в котором амплитуда шума правого шасси (синяя кривая) приблизительно равна шуму двигателей. Кроме того, пик в суммарном спектре шума на частоте 1000 Гц в основном определяется

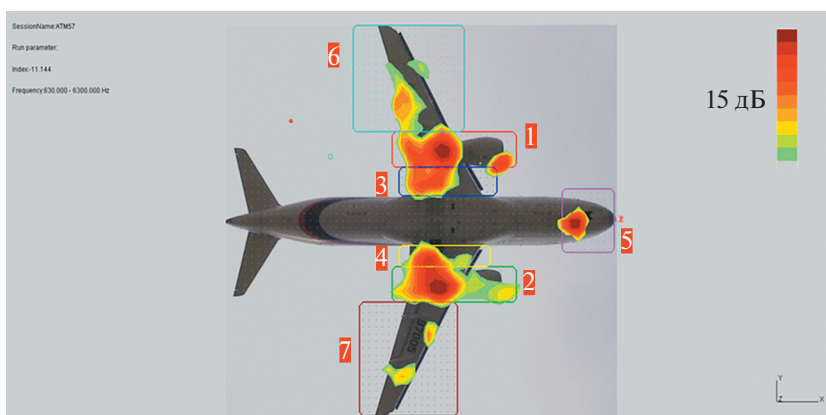


Рис. 9. Карта локализации источников шума ближнемагистрального самолета с выделенными зонами основных источников шума. Конфигурация: Flaps “FULL”, шасси выпущено (ШВ), $V = 153$ kt (78.7 м/с). Частотный диапазон карты 630–6300 Гц.

вкладами вентилятора правого двигателя (красная кривая) и носового шасси (розовая кривая). Шум механизации крыла заметно ниже основных источников для данного режима полета.

Суммируя по частотам (в интервале 630–6300 Гц) интенсивности отдельных источников шума на рис. 10 можно также вычислить суммарные уровни шума (OASPL) для каждого из семи основных источников шума и общий уровень шума самолета в целом. Такого рода вычисления можно провести для различных конфигураций самолета и скоростей полета. В следующих разделах приводятся графики зависимости суммарного уровня шума (OASPL) различных компонент самолета, для всех режимов полета и конфигураций, испытанных в ходе летного эксперимента. Ранжирова-

ние источников пролетного шума ближнемагистрального самолета выполнялось для интервала времени, когда самолет проходит над центром микрофонной решетки, т.е. для участка траектории, где шум самолета максимален.

2.2. Анализ вклада отдельных источников в общий шум ближнемагистрального самолета: конфигурация Flaps “FULL”

Перейдем теперь к рассмотрению конфигураций и скоростей самолета, которые используются при сертификационных испытаниях по шуму на местности в третьей (посадочной) контрольной точке. Рассмотрим конфигурацию Flaps “FULL” (угол отклонения закрылков 35.6°), шасси выпущено (ШВ), диапазон приборных скоростей самолета $TAS = 145-160$ kt (74.6–82.3 м/с). Типичная картина распределения источников и используемые при расчете интенсивности зоны источников представлены для данной конфигурации на рис. 11.

Согласно приведенному на рис. 11 распределению источников шума можно выделить следующие зоны основных источников шума (цветные прямоугольники на рис. 11: правый (1) и левый (2) двигатель; правое (3) и левое (4) основное шасси; носовое (5) шасси; правая (6) и левая (7) консоль крыла.

Зависимость интенсивности основных источников шума ближнемагистрального самолета в данной конфигурации (Flaps “FULL”, шасси выпущено (ШВ)) от скорости полета приведена на рис. 12.

Из приведенных аппроксимирующих прямых (метод наименьших квадратов) следует, что суммарная интенсивность источников медленно увеличивается с ростом скорости (увеличение на 3 дБ при изменении скорости от 137 kt (70.5 м/с) до 157 kt (80.8 м/с)), и эта зависимость в основном

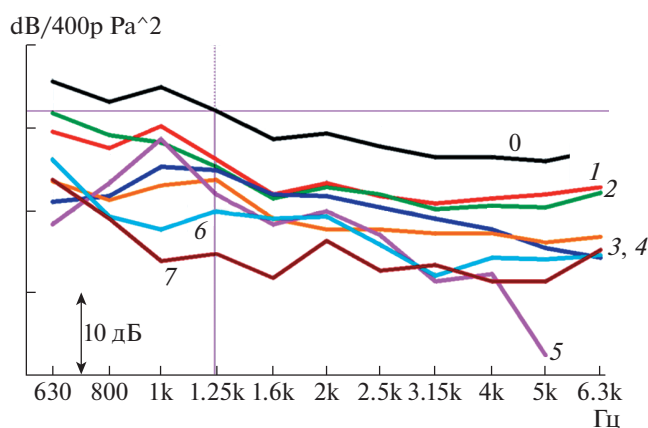


Рис. 10. Разложение третьооктавного спектра шума ближнемагистрального самолета на отдельные компоненты (0 – черная кривая, суммарный шум); 1, 2 – шум правого и левого двигателя соответственно; 3, 4 – шум правого и левого основного шасси; 5 – шум носового шасси; 6 – шум правого крыла; 7 – шум левого крыла.

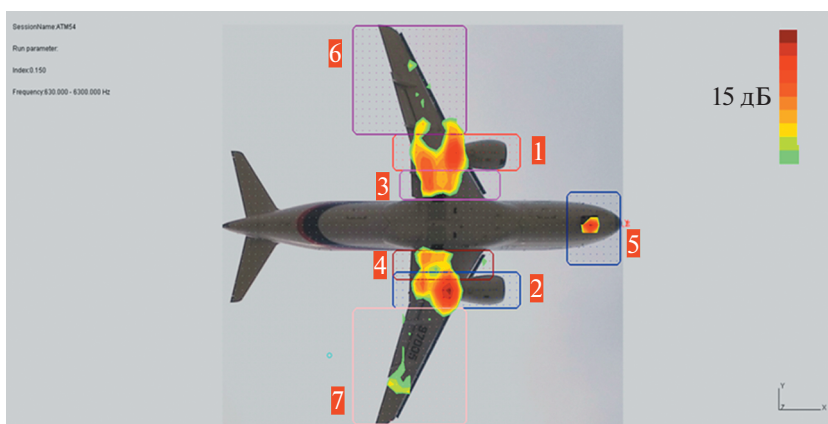


Рис. 11. Типичное распределение источников шума ближнемагистрального самолета с выделенными цветными зонами основных источников шума. Конфигурация: Flaps “FULL”, шасси выпущено (ШВ), $V = 148$ kt (76.1 м/с). Частотный диапазон карты 630–6300 Гц. Динамический диапазон 15 дБ.

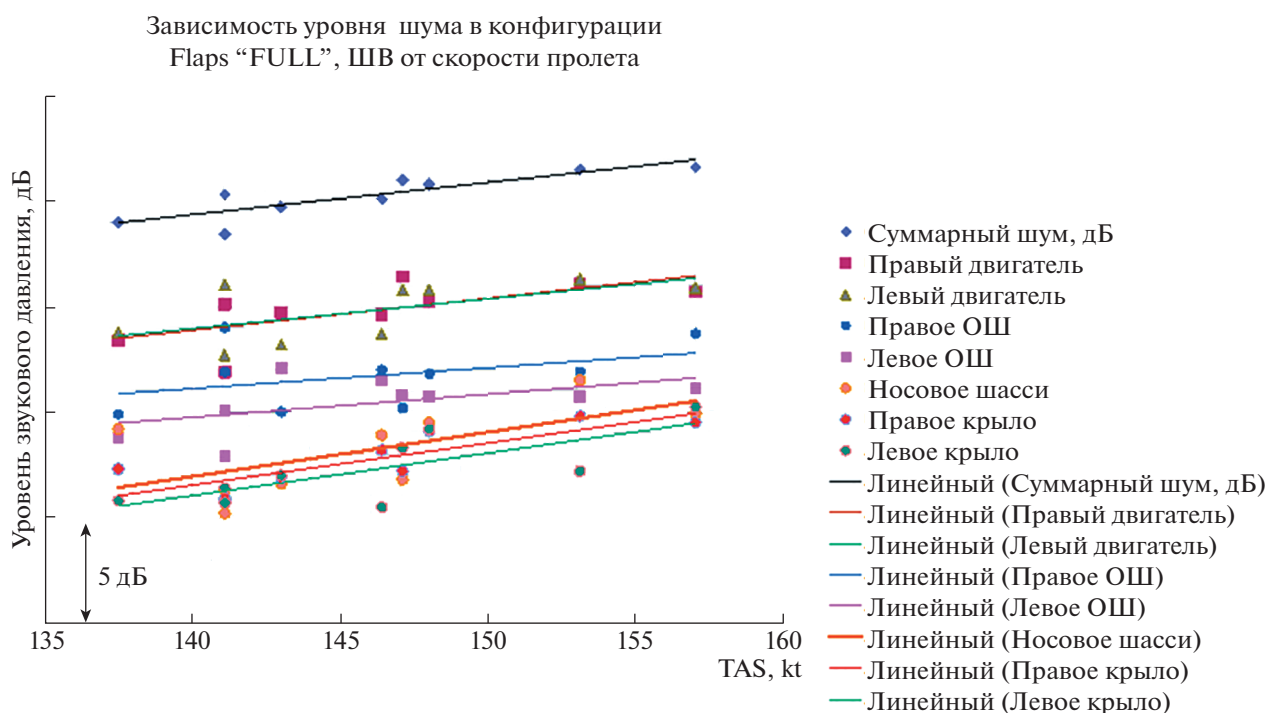


Рис. 12. Зависимость интенсивности источников шума (частотный диапазон 630–6300 Гц) ближнемагистрального самолета от скорости для конфигурации Flaps “FULL”, шасси выпущено (ШВ).

определяется интенсивностью зон правого и левого двигателя. Следует отметить хорошее согласование данных по шуму обоих двигателей, так как аппроксимирующие их интенсивность прямые на рис. 12 практически совпадают. Интенсивность шума основного шасси на 2.5–3.0 дБ меньше, чем у двигателя. Шум носового шасси и правой и левой консолей крыла заметно ниже (~7 дБ), но увеличивается со скоростью полета, и для 157 kt (80.8 м/с) разница уменьшается до 5 дБ.

Для возможности оценки вклада шасси в шум ближнемагистрального самолета были проведены также испытания в конфигурации Flaps “FULL”, шасси убрано (ШУ). Отличительной особенностью карт локализации для этого случая является наличие заметных источников, связанных с механизацией крыла (рис. 13).

Зависимость интенсивности основных источников шума ближнемагистрального самолета в данной конфигурации (Flaps “FULL”, шасси

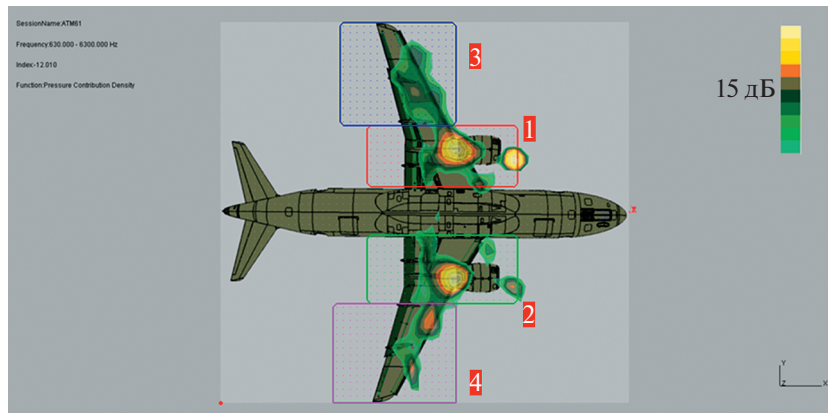


Рис. 13. Типичное распределение источников шума ближнемагистрального самолета для конфигурации: Flaps “FULL”, шасси убрано (ШУ), $V = 156$ kt (80.2 м/с) с выделенными зонами основных источников шума. Частотный диапазон карты 630–6300 Гц. Динамический диапазон 15 дБ.

Зависимость интенсивности источников шума самолета RRJ-95 в конфигурации Flaps “FULL”, ШВ от скорости полета

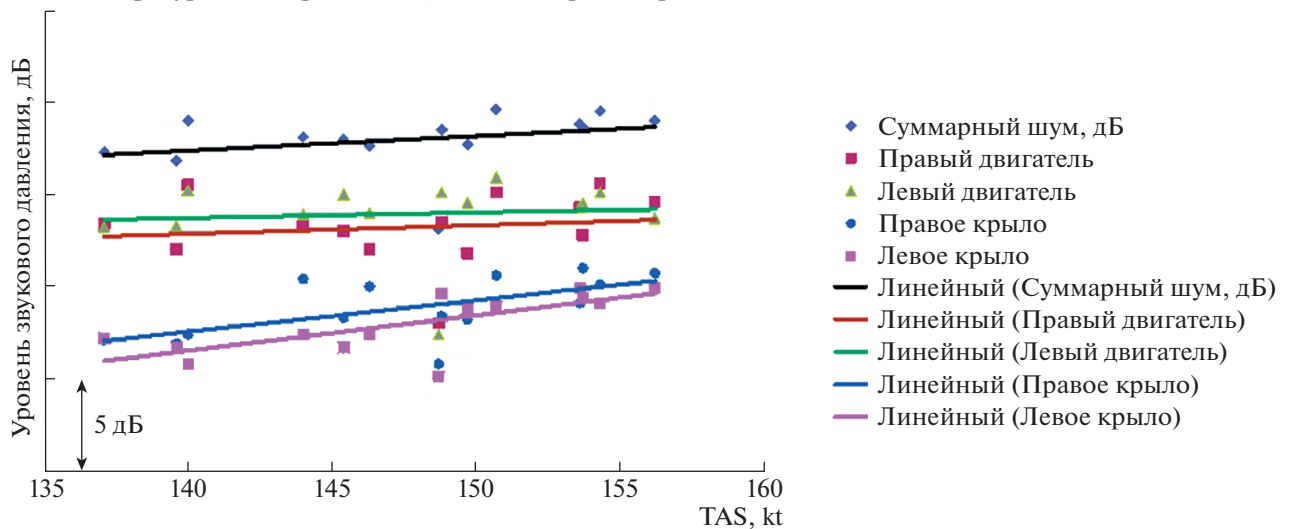


Рис. 14. Зависимость интенсивности источников шума (частотный диапазон 630–6300 Гц) ближнемагистрального самолета от скорости полета для конфигурации Flaps “FULL”, шасси убрано (ШУ).

убрано (ШУ)) от скорости полета приведена на рис. 14. Следует отметить, что шум двигателей доминирует над шумом элементов механизации крыла во всем диапазоне скоростей полета, но с ростом скорости эта разница уменьшается с 6 до 3 дБ.

Теперь можно перейти к сравнительному анализу конфигурации Flaps “FULL” с выпущенным и убраным шасси. На рис. 15а, б представлены интенсивности шума, излучаемые зонами: 1) “правый двигатель + основное шасси” и 2) “левый двигатель + основное шасси”. Из представленных карт локализации источников следует, что выпущенное

основное шасси приводит к увеличению на 2–3 дБ шума, излучаемого зонами 1) и 2).

Таким образом, использование микрофонной решетки в летном эксперименте показало, что максимальный эффект по снижению пролетного шума исследуемого ближнемагистрального самолета, который можно достичь за счет модернизации основного и носового шасси, составляет величину 3 дБ.

Снижение шума основного источника в точке под самолетом дает близкую оценку и для поправки в метрике EPNL, используемой при сертификации самолетов по шуму на местности. По-

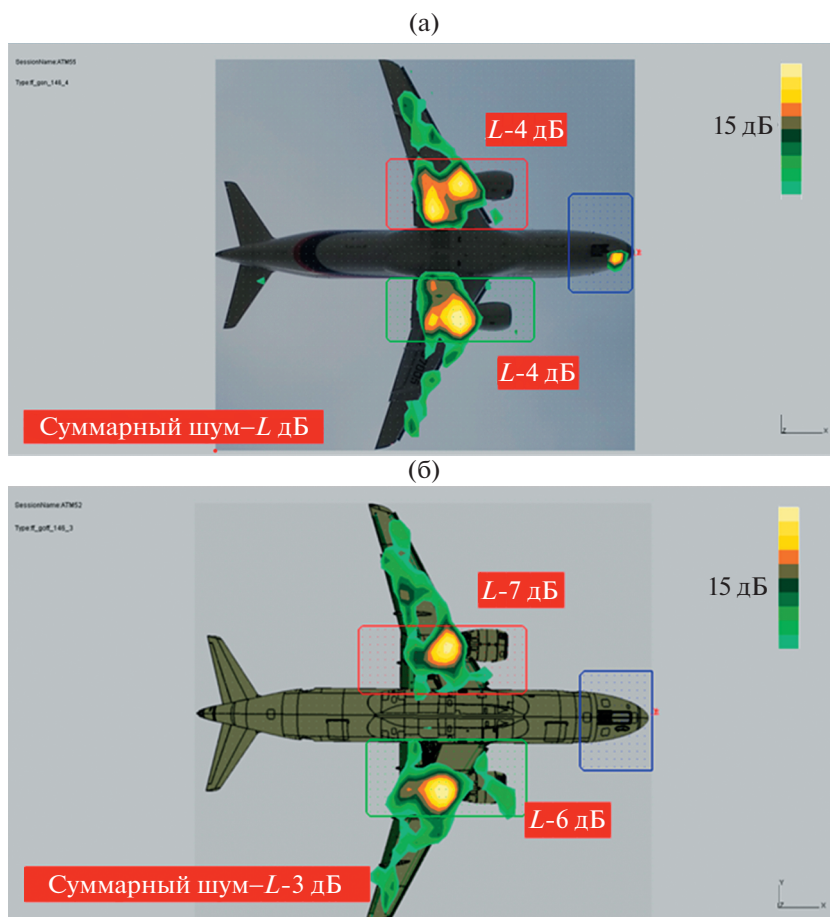


Рис. 15. Интенсивность источников шума в зоне “двигатель+основное шасси” для конфигурации Flaps “FULL”: (а) шасси выпущено (ШВ), (б) шасси убрано (ШУ).

этому модификация шасси может приводить на посадке к снижению шума до 2–2.5 EPN dB.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье представлены результаты обработки результатов летного эксперимента по локализации и ранжированию источников шума на посадке натурального ближнемагистрального самолета с использованием 108-микрофонной антенны и современных алгоритмов бимформинга.

Для всех исследованных конфигураций механизации крыла, носового и основного шасси и во всем диапазоне посадочных скоростей самолета проведена локализация основных источников шума как в третьоктавных полосах частот, так и в широкой полосе частот 630–6300 Гц.

На основе проведенной локализации источников шума ближнемагистрального самолета выполнено ранжирование основных источников шума самолета на посадке с использованием данных летного эксперимента.

Показано, что для наиболее шумной посадочной конфигурации самолета (Flaps “FULL”, шасси выпущено), характерной для третьей контрольной точки при сертификационных испытаниях самолетов по шуму на местности, суммарная интенсивность источников шума медленно увеличивается с ростом скорости (увеличение на 3 дБ при изменении скорости от 137 до 157 kt) и, в основном, определяется интенсивностью зон правого и левого двигателя. Интенсивность шума основного шасси на 2.5–3.0 дБ меньше, чем у двигателя. Шум носового шасси и правой и левой консолей крыла заметно ниже (~7 дБ), но увеличивается со скоростью полета, и для максимальной скорости 157 kt разница уменьшается до 5 дБ.

Сравнительный анализ этой конфигурации с выпущенным и убраным шасси показал, что выпущенное основное шасси приводит к увеличению в среднем на 2–3 дБ шума, излучаемого самолетом.

Таким образом, в работе продемонстрировано, что использование новейшего аппаратно-программного комплекса в натурном летном экс-

перименте позволяет исследовать по отдельности вклады различных источников аэродинамического шума при натуральных числах Рейнольдса. Полученная в результате исследования база акустических данных может использоваться как для валидации расчетных методов моделирования авиационного шума, так и для сравнения с данными, получаемыми в аэродинамических трубах на моделях меньшего масштаба. Кроме того, представленная в работе методология эксперимента позволяет оценить эффективность разрабатываемых для отдельных компонент самолета технологий снижения шума при максимальном значении уровня готовности технологий (УГТ).

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят сотрудников АО “Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова” за помощь в проведении измерений.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Johnson D.H., Dudgeon D.E.* Array Signal Processing, Concepts and Techniques // PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs. 1993.
2. *Leclère Q., Pereira A., Bailly C., Antoni J., Picard C.* A unified formalism for acoustic imaging based on microphone array measurements // *Int. J. Aeroacoust.* 2017. V. 16 (4–5). P. 431–456.
3. *Merino-Martinez R. et al.* A Review of Acoustic Imaging Methods Using Phased Microphone Arrays // *CEAS Aeronautical Journal.* 2019. V. 10. P. 197–230.
4. *Zaytsev M.Y., Kopiev V.F.* Fly-over noise source localization during acoustic flight tests of advanced passenger aircraft // *AIAA Paper 2019–2426.* 2019.
5. *Dobrzynski W.* Almost 40 Years of Airframe Noise Research: What Did We Achieve? // *Journal of Aircraft.* 2010. V. 47. № 2. P. 353–367.
6. *Bertsch L.* Noise Prediction within Conceptual Aircraft Design // Ph.D. thesis, DLR, Bunsenstrasse 10, 37073 Gottingen, Germany, 2013, DLR Forschungsbericht, ISRN DLR FB 2013 20, ISSN 1434–8454. 2013.
7. *Merino-Martinez R., Snellen M., Simons D.G.* Calculation of the fan rotational speed based on flyover recordings for improving aircraft noise prediction models // *23rd International Congress on Acoustics.* 2019.
8. *Hald J., Ishii Y., Ishii T., Oinuma H., Nagai K., Yokoyama Y., Yamamoto K.* High-resolution fly-over Beamforming using a small practical array // *AIAA Paper 2012–2229.* 2012.

ON THE DETERMINATION OF THE AERODYNAMIC NOISE OF THE MAIN ELEMENTS OF A FULL-SCALE AIRCRAFT USING A MULTIPLE- MICROPHONE ANTENNA AND BEAMFORMING ALGORITHMS

V. F. Kopiev^a, M. Yu. Zaytsev^a, S. A. Velichko^a, A. V. Dolotovskiy^b, and V. I. Sheviakov^b

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

^b*PJSC Irkut Corporation, Regional Aircraft Branch, Moscow, Russia*

The results of an acoustic flight experiment on the localization and ranging of sources of aerodynamic noise of a full-scale aircraft using a 108-microphone antenna are presented. As a result of the research, unique data were obtained on the spatial position of the main noise sources of a full-scale aircraft and their frequency composition, as well as a comparative analysis of the relative contribution of each of the sources to the total aircraft noise for various flight modes. The presented results will be used in the development of low-noise configurations of domestic passenger aircraft to ensure competitive community noise levels that meet modern and future ICAO standards.

Keywords: phased antenna, beamforming, acoustic source

УДК 534.83

ИСПЫТАНИЯ МАЛОМАСШТАБНОГО ШАССИ РЕГИОНАЛЬНОГО САМОЛЕТА В ЗАГЛУШЕННОЙ КАМЕРЕ АК-2 ЦАГИ И СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЛЕТНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

© 2022 г. И. В. Беляев¹, В. Ф. Копьев^{1,*}, М. Ю. Зайцев¹, Н. Н. Остриков¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

В связи с успехами в области снижения шума двигателя, шум планера стал одним из основных источников шума современных самолетов при заходе на посадку. Шасси является важным источником шума планера, и его снижение необходимо для дальнейшего снижения общего шума самолета и удовлетворения действующим и перспективным нормам по шуму на местности. Задача моделирования и снижения аэродинамического шума при обтекании потоком такого сложного объекта, как шасси современного самолета, состоящего из большого числа элементов разных форм и размеров, крайне сложна. В России экспериментальные исследования шума шасси можно проводить либо на маломасштабных моделях (в частности, в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ), либо в натурном эксперименте с помощью метода локализации источников шума (так называемого бимформинга). Таким образом, представляет интерес сравнение измерений шума маломасштабных моделей шасси самолета и результатов летных испытаний, в которых с помощью метода бимформинга измеряется шум шасси. В данной работе впервые в отечественной практике проведено такое сравнение применительно к шуму шасси регионального самолета и предложен метод пересчета результатов испытаний маломасштабных моделей шасси на натурные масштабы.

Ключевые слова: шум шасси, шум обтекания, бимформинг, локализация, масштабирование

DOI: 10.31857/S2686740022050030

ВВЕДЕНИЕ

Разные источники шума вносят различный вклад в общий уровень шума самолета на различных режимах полета (взлет, набор высоты, посадка). Локализация этих источников в летном эксперименте и их ранжирование по уровню шума позволяют определить, какие из источников являются доминирующими и, соответственно, какие из них необходимо снижать в первую очередь. Одним из основных источников шума современных самолетов при заходе на посадку является

шум обтекания элементов конструкции планера, в частности, шум обтекания шасси [1].

Как известно, шум обтекания зависит от числа Рейнольдса, так что достоверные данные по шуму обтекания можно получить либо в летных испытаниях, либо в испытаниях с крупномасштабными моделями [2, 3]. Так как имеющиеся в России заглушенные установки (в частности, заглушенная камера АК-2 ЦАГИ) не позволяют проводить акустические испытания шума крупномасштабных моделей, то экспериментальные исследования шума шасси в лабораторных (контролируемых) условиях могут выполняться только применительно к маломасштабным моделям шасси, т.е. для чисел Рейнольдса значительно меньше натуральных. Измерения шума шасси в летном эксперименте (например, с помощью метода бимформинга [4]), проводятся при натуральных числах Рейнольдса, но при этом условия эксперимента контролируются лишь частично. Таким образом, представляет интерес сравнение результатов летных испытаний, в которых измеряется шум шасси самолета [5, 6] и маломасштабных подробных моделей тех же шасси.

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: vkopiev@mktsagi.ru



Рис. 1. Фотография заглушенной камеры АК-2 ЦАГИ.

В данной работе впервые в отечественной практике проводится такое сравнение для шасси регионального самолета, включающее в себя результаты измерений маломасштабных моделей основного и носового шасси, результаты измерений с помощью бимформинга шума основного и носового шасси в летных испытаниях, а также результаты моделирования шума шасси с помощью полуэмпирической модели Финка [7]. На основе проведенного анализа предложен метод пересчета результатов испытаний маломасштабных моделей шасси на натурные масштабы.

ОПИСАНИЕ ЗАГЛУШЕННОЙ КАМЕРЫ С ПОТОКОМ

Заглушенная камера АК-2 ЦАГИ (рис. 1) является заглушенной установкой с открытым рабочим контуром для исследования шума струй, в том числе шума струй в спутном потоке. Внешний контур, служащий для создания спутного потока (круглое сопло диаметром 400 мм, максимальная скорость до 80 м/с), используется для исследования шума обтекания небольших по размеру моделей, в частности, моделей шасси. Поток истекает в заглушенную камеру, имеющую размеры $9.6 \times 5.5 \times 4.0$ м. Стены заглушенной камеры облицованы акустическими клиньями из базальтового волокна, обеспечивающими отклонение от условий свободного поля не более 1 дБ в рабочей полосе частот 160–20 000 Гц для звуковых волн с интенсивностью не более 160 дБ. На рис. 1 показана открытая дверь заглушенной камеры; во время испытаний она закрывается для улучшения акустических характеристик установки.

Для акустических измерений в АК-2 ЦАГИ шума шасси использовались полудюймовые микрофоны Brüel & Kjær тип 4189 с предусилителями тип 2669 (частотный диапазон 40–25 600 Гц, чувствительность 50 мВ/Па). Микрофоны устанавливались на Г-образных стойках, верхняя часть которых имеет длину не менее 30 см для уменьше-

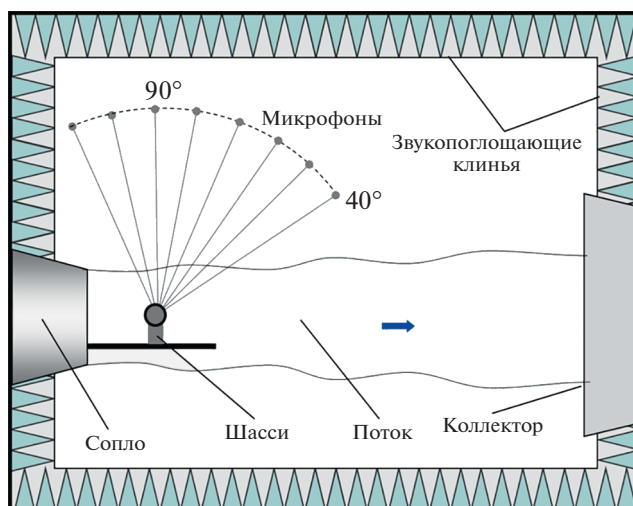


Рис. 2. Схема расположения микрофонов в заглушенной камере АК-2 (вид сверху).

ния влияния отражения звука от вертикальной стойки на измеряемый шум.

Микрофоны выставляются на расстоянии 2 м по дуге относительно оси колес шасси и находятся в горизонтальной плоскости симметрии потока, как и сами колеса шасси. Микрофон под углом 90° (угол отсчитывается от оси струи потока) расположен в плоскости, перпендикулярной оси струи потока и проходящей через ось колес. Остальные 8 микрофонов расположены с шагом 10° в диапазоне 40° – 110° (рис. 2). Такое расположение микрофонов соответствует положению наблюдателя под шасси, т.е. условиям летного эксперимента. Скорость потока при испытаниях шасси в АК-2 ЦАГИ составляла 80 м/с.

ОПИСАНИЕ МАЛОМАСШТАБНЫХ МОДЕЛЕЙ ШАССИ

На основании 3D-моделей натуральных носового и основного шасси регионального самолета были разработаны варианты маломасштабных моделей шасси и сопряженных с ними частей крыла-фюзеляжа с учетом возможностей рабочей части заглушенной камеры АК-2 ЦАГИ. Так как характерный размер потока в АК-2 ЦАГИ, истекающего из круглого сопла внешнего контура, на начальном участке составляет ~ 400 мм (рис. 1), то маломасштабная модель шасси в установленной конфигурации должна иметь такой размер, который позволил бы модели шасси целиком находиться внутри свободной зоны потока (т.е. потока без слоя смещения). С другой стороны, модель должна быть максимально большой для обеспечения максимально возможного соответствия по числу Рейнольдса и числу Струхала между маломасштабной моделью и натурным шасси. В ре-

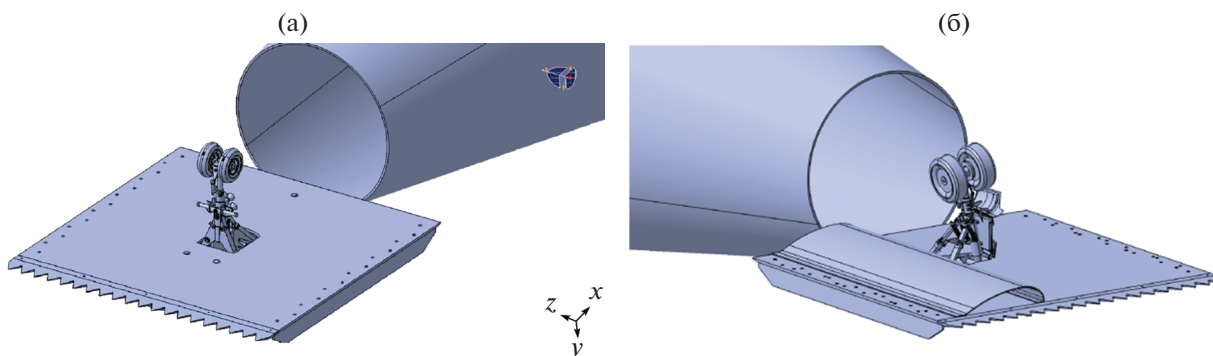


Рис. 3. Схематичное изображение варианта маломасштабной модели носового (а) и основного (б) шасси.

зультате в качестве максимальной высоты обоих вариантов модели шасси (носового и основного) было выбрано значение 250 мм.

Разработанные маломасштабные модели (рис. 3) достаточно подробно воспроизводили исходную геометрию натуральных шасси, хотя и претерпели ряд упрощений в части мелких деталей. При испытаниях в АК-2 ЦАГИ модели шасси крепятся на пластинах, на заднюю кромку которых устанавливаются шевроны для снижения эффекта взаимодействия турбулентного слоя пластины и ее задней кромки, т.е. с целью снижения фонового шума. Также с целью снижения шума потока, обтекающего пластину, передняя и задняя кромки пластины выполнены с односторонним клиновидным профилем, острая часть которого имеет толщину не более 1 мм.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МАЛОМАСШТАБНЫХ ИСПЫТАНИЙ ШАССИ

На рис. 4 приведено сравнение результатов измерений фонового шума (пластина без модели) и модели носового шасси для микрофона под 90° . Фоновый шум считается низким, если он меньше полезного сигнала на 3 дБ или более. Видно, что это условие выполняется для всего диапазона частот выше 200 Гц, тогда как для частот меньше 200 Гц фоновый шум уже не может считаться малым. Этот вывод справедлив и для других рассмотренных углов наблюдения и скоростей потока.

Для основного шасси результаты аналогичны представленным на рис. 4 с той разницей, что нижняя граница частотного диапазона, где фоновый шум можно считать малым, составляет 300 Гц.

Диаграмма направленности шума носового шасси (узкополосные спектры шума для различных углов наблюдения) приведена на рис. 5 в диапазоне частот 200 Гц – 25.6 кГц.

Из диаграммы направленности видно, что шум исследуемой маломасштабной модели шас-

си слабо зависит от угла наблюдения, т.е. является всенаправленным источником. Это согласуется с результатами акустических испытаний шасси самолета А340 [8]. Такое свойство акустического поля может объясняться сложной структурой шасси, состоящего из многих элементов. Хотя шум обтекания каждого элемента может иметь выраженную направленность (в частности, дипольную), большое количество этих элементов приводит к усреднению суммарной направленности шасси. Всенаправленная характеристика шасси как источника шума, однако, не является гарантированной – объединение направленностей шума обтекания отдельных элементов может приводить, например, к направленности с выраженным максимумом вверх по потоку [5, 9].

ОПИСАНИЕ ЛЕТНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В ходе летных испытаний самолет с постоянной скоростью пролетал горизонтально над размещенной на поверхности земли 108-канальной решеткой микрофонов. При этом высота полета и скорость полета варьировались; шасси самолета также могли быть как выпущены, так и убраны.

Результаты измерений шума самолета в летном эксперименте позволяют определить как абсолютный уровень шума самолета, так и локализовать и ранжировать его отдельные источники с помощью метода бимформинга.

Определенные таким образом спектры шума носового и основного шасси можно сравнить с результатами маломасштабных испытаний в АК-2 ЦАГИ, а также с предсказаниями полуэмпирических моделей. Такое сравнение будет выполнено в два этапа:

- 1) сравнение расчетных результатов для общего уровня шума и результатов летного эксперимента для одного микрофона микрофонной решетки;
- 2) сравнение расчетных результатов и результатов локализации источников шума с помощью

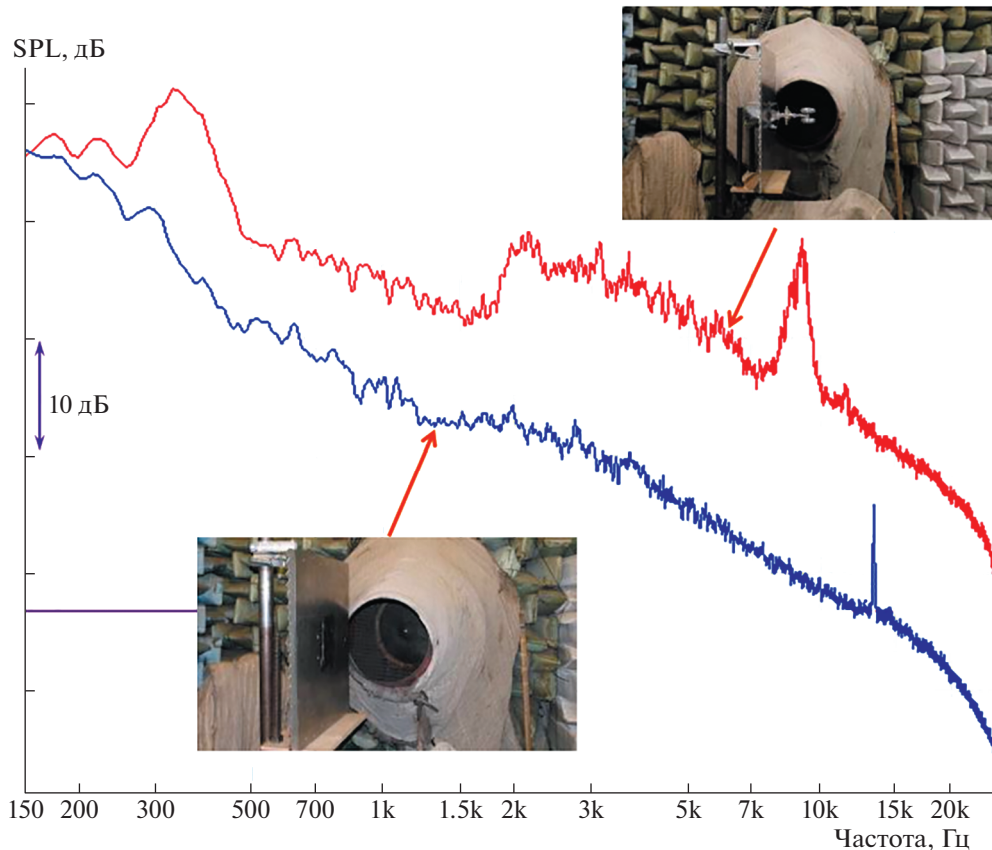


Рис. 4. Сравнение спектров фонового шума (синий цвет) и модели носового шасси (красный цвет) для микрофона под 90° .

метода бимформинга для отдельных источников шума планера.

Сравнение расчетных результатов для общего уровня шума и результатов летного эксперимента для одного микрофона микрофонной решетки

Так как в ходе летного эксперимента региональный самолет пролетал над микрофонной решеткой на постоянной высоте с постоянной скоростью, то для сравнения результатов летных испытаний с расчетными оценками, получаемыми на основе полуэмпирической модели Финка [7] и на основе предыдущих экспериментов в АК-2 ЦАГИ, необходимо провести расчет шума с помощью имеющихся программ расчета шума самолета на местности не для сертификационной траектории, а для горизонтального пролета на той же высоте и с той же скоростью. В данной работе такой расчет проводился с помощью программы SOPRANO [10].

Рассмотрим сначала вариант, когда шасси самолета убраны. В этом случае источниками шума самолета будут двигатель и механизация крыла. Шум двигателя (третьоктавные спектры для раз-

ных углов наблюдения) известны из результатов стендовых испытаний двигателя; к ним была применена поправка для учета шума взаимодействия струи и крыла [11]. Так как экспериментальные данные по шуму обтекания крыла отсутствовали, то шум механизации крыла описывался с помощью полуэмпирической модели Финка [7].

На основе этих данных был проведен расчет общего уровня шума (SPL) на одном из микрофонов микрофонной решетки в зависимости от времени t для самолета, пролетающего горизонтально со скоростью 80 м/с на высоте 80 м. Соответствующее сравнение результатов расчета и летного эксперимента приведено на рис. 6. Видно, что расчет довольно хорошо предсказывает максимум шума для этой временной реализации (расхождение ~ 0.5 дБ). Стоит отметить, что для данных эксперимента здесь была использована поправка в 6 дБ, связанная с удвоением сигнала для микрофона, расположенного заподлицо с поверхностью земли, как это имело место в летных испытаниях. Таким образом, можно сделать вывод, что при убранном шасси результаты летных испытаний и расчетов находятся в хорошем согласии друг с другом.

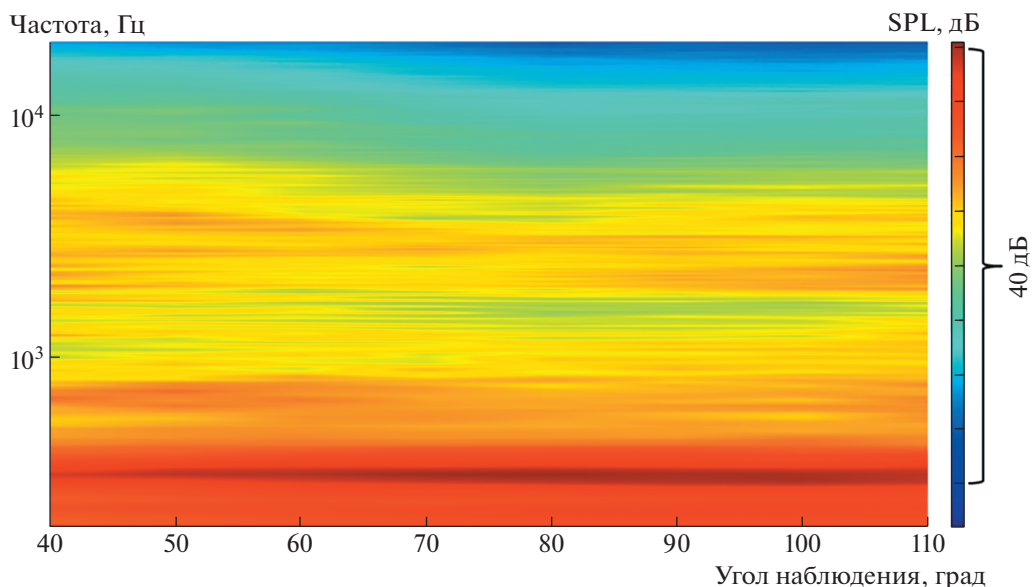


Рис. 5. Узкополосные спектры шума маломасштабной модели носового шасси.

Рассмотрим теперь случай выпущенных шасси. Шум шасси (как носового, так и основного) в расчете описывался с помощью двух способов: полуэмпирической модели Финка и отмасштабированных результатов испытаний в АК-2 ЦАГИ.

Для проведения сравнения спектры шума маломасштабных моделей шасси, полученные в АК-2 ЦАГИ, необходимо пересчитать на натуральный масштаб. Это означает изменение как частотной области, так и амплитуды сигнала. Частоты спектра шума f_{small} из изменений в АК-2 ЦАГИ будут пересчитываться на частоты спектра, соответствующие натурному размеру f_{nat} , как

$$f_{nat} = f_{small}/D,$$

где D – отношение масштабов натурального шасси и модели для АК-2 ЦАГИ.

Амплитуда сигнала зависит от размеров модели как D^2 и убывает пропорционально расстоянию r как $1/r$. Таким образом, уровень спектра шума L_{small} , измеренного в АК-2 ЦАГИ на расстоянии $r_{small} = 2$ м от модели, будет масштабироваться на результаты измерений натуральных измерений L_{nat} на расстоянии $r_{nat} = 80$ м от модели как

$$L_{nat} = L_{small} + 20\log_{10}(D) + 10\log_{10}(r_{small}/r_{nat}).$$

В результате получается узкополосный спектр, соответствующий натурному масштабу шасси. Далее для него проводится суммирование по частотам для перехода к 1/3-октавному спектру. Из-за того что максимальная частота измерений шума в маломасштабных экспериментах в АК-2 ЦАГИ составляла 25.6 кГц, при масштабировании на натуральный размер максимальная третьок-

тавная полоса, полученная на основе этих экспериментов, была равна 3150 Гц.

Полученные таким образом матрицы шума шасси (носового или основного), содержащие третьоктавные спектры шума шасси для всех измеренных углов наблюдения θ , использовались в программе SOPRANO для оценки уровня шума самолета, пролетающего горизонтально со скоростью 80 м/с на высоте 80 м, аналогично тому, как это делалось выше для случая с убранными шасси. На рис. 7 приведено соответствующее сравнение эксперимента и расчетов, где помимо шума двигателя и механизации крыла учитывался так-

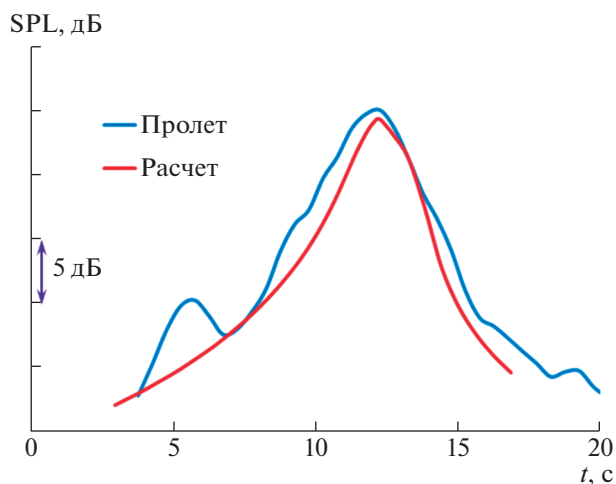


Рис. 6. Сравнение временных реализаций общего уровня шума SPL от времени t для горизонтального пролета самолета с убранными шасси.

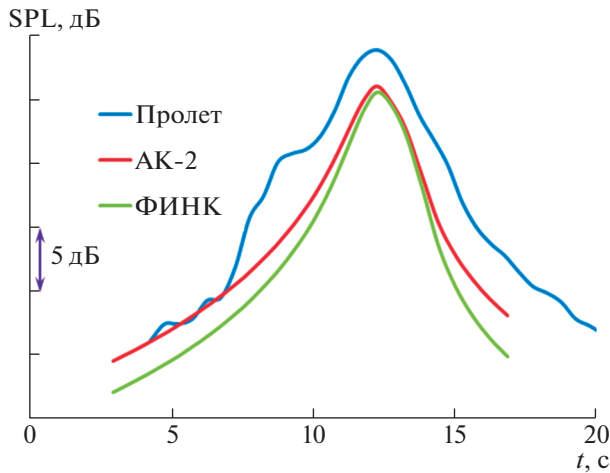


Рис. 7. Сравнение временных реализаций общего уровня шума SPL от времени t для горизонтального пролета самолета с выпущенными шасси.

же шум шасси, вычисляемый с помощью модели Финка и с помощью матриц шума из испытаний в АК-2 ЦАГИ. Как и выше для случая с убранными шасси, здесь для экспериментальных данных летных испытаний также была введена поправка на 6 дБ, учитывающая установку микрофона в эксперименте заподлицо с поверхностью земли.

Видно, что результаты моделирования шума шасси с помощью модели Финка и с помощью данных испытаний в АК-2 ЦАГИ находятся в хорошем соответствии друг с другом и дают похожие значения для максимума временной реализации, но при этом значительно занижают уровень шума по сравнению с данными летных испытаний (~3 дБ в максимуме временной реализации).

Так как из результатов сравнения для случая с убранными шасси следовало, что расчетная модель достаточно хорошо описывает источники шума, связанные с силовой установкой и с механизацией крыла, то наблюдающееся различие для случая с выпущенными шасси может объясняться исключительно неточностью моделирования шума шасси. При этом в отсутствие экспериментов с крупномасштабными моделями шасси сравнение с летными испытаниями является единственным способом количественно оценить эту неточность.

Чтобы обеспечить в расчете те же уровни шума, что и в летном эксперименте, представляется разумным ввести эмпирическую поправку к матрицам шума, получаемым в маломасштабных испытаниях в АК-2 ЦАГИ. В частности, предлагается увеличить все третьоктавные спектры шума шасси (как носового, так и основного) для всех измеренных углов наблюдения на величину 3 дБ. Сравнение результатов расчета шума для таких модифицированных матриц шума шасси с ре-

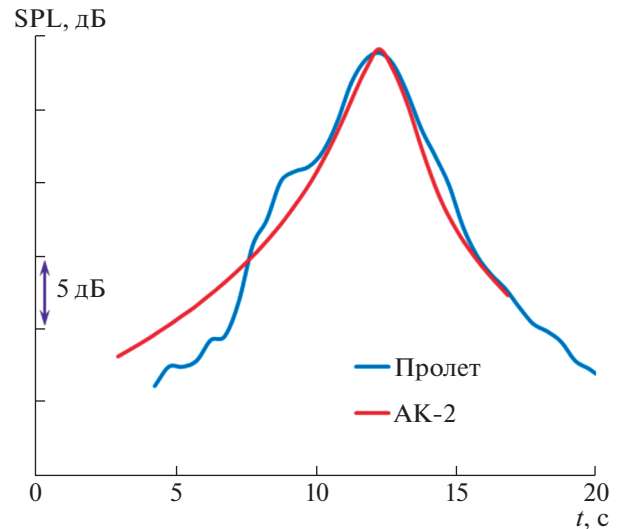


Рис. 8. Сравнение временных реализаций общего уровня шума SPL от времени t для горизонтального пролета самолета с выпущенными шасси. Расчет проводился с учетом эмпирической поправки.

зультатами летного эксперимента приведено на рис. 8.

Видно, что в этом случае совпадение уровней шума расчета и эксперимента значительно улучшается; расхождение в максимуме временной реализации для расчета и для эксперимента не превышает 0.2 дБ.

Однако помимо общего уровня шума на одном микрофоне проведенные летные испытания также позволяют оценивать вклад отдельных источников шума с помощью обработки результатов методом бимформинга. Это позволяет провести сравнение результатов расчета и эксперимента применительно к отдельным элементам планера.

Сравнение расчетных результатов и результатов локализации источников шума с помощью метода бимформинга для выделения отдельных источников шума планера

Третьоктавные спектры, полученные с помощью метода бимформинга, можно сравнить с аналогичными спектрами, получаемыми в расчете для соответствующих источников шума. Так как метод бимформинга позволяет вычислить спектры шума для самолета, находящегося над микрофонной решеткой, сравнение с расчетными спектрами шума следует проводить также для положения самолета, соответствующего углу положения наблюдателя $\theta = 90^\circ$.

Сравнение экспериментальных и расчетных спектров для носового и основного шасси приведено на рис. 9. При этом для расчета шума на основе маломасштабных испытаний в АК-2 ЦАГИ ис-

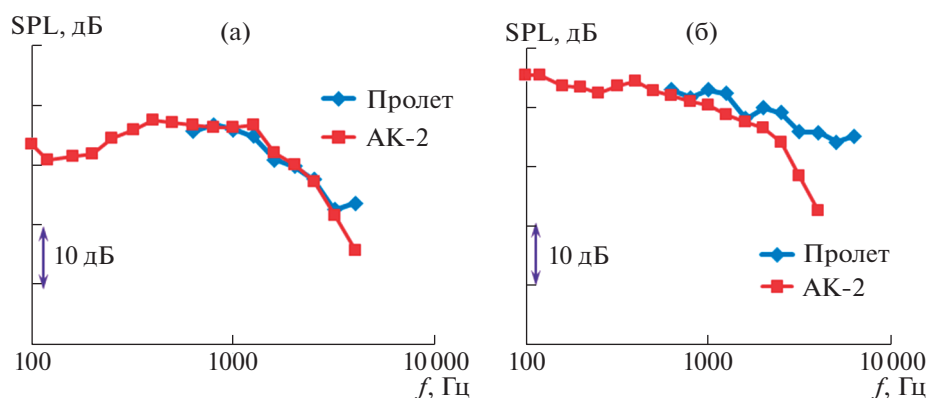


Рис. 9. Сравнение третьооктавных спектров, полученных в летных испытаниях с помощью метода бимформинга, и полученных с помощью отмасштабированных результатов испытаний в АК-2 ЦАГИ для носового (а) и основного (б) шасси.

пользовалась эмпирическая поправка 3 дБ, определенная выше. Частотный диапазон 630–6300 Гц, где вычислялся спектр шума для экспериментальных данных из летных испытаний, определяется параметрами микрофонной решетки.

Из сравнения на рис. 9 видно, что экспериментальные спектры и спектры, полученные из расчета на основе испытаний в АК-2 ЦАГИ, достаточно хорошо соответствуют друг другу для основного шасси. Тут следует также отметить, что спектр шума основных шасси, получаемый из летных испытаний, может содержать паразитный вклад от источников шума силовой установки, поэтому более медленное убывание спектра шума основного шасси, полученного из летного эксперимента, по сравнению с расчетом может быть объяснено именно этим дополнительным вкладом шума двигателя.

Сравнение расчетных и сертификационных уровней шума на посадке

Описанные выше расчеты проводились для горизонтального полета самолета с постоянной скоростью, соответствовавших условиям летного эксперимента. Однако, определив из этих расчетов эмпирическую поправку к матрицам шума шасси в АК-2 ЦАГИ, представляет интерес провести расчет шума, соответствующий сертификационным испытаниям, и сравнить полученное значение с сертификационным уровнем шума самолета на посадке.

Расчет сертификационного уровня шума регионального самолета с учетом результатов измерений шума шасси в АК-2 ЦАГИ показал, что вклад шума шасси почти в точности равен вкладу в шум от двигателя (с учетом шума взаимодействия струи и крыла). Это означает, что шум обтекания элементов планера действительно является одним из основных источников шума данного са-

молета на посадке. Расчетное значение шума оказалось в очень хорошем соответствии с сертификационным уровнем; расхождение между ними составило менее 0.2 EPNдБ.

Стоит отметить, что можно провести аналогичный расчет шума самолета на посадке в ситуации, когда носовое и основное шасси убраны (т.е. реализована максимально благоприятная с точки зрения снижения шума ситуация – полное подавление соответствующих источников шума). Сравнение результатов такого расчета с результатами расчета шума при наличии шасси позволит определить максимально возможный эффект снижения шума при разработке методов снижения шума шасси. Соответствующий расчет показал, что максимально возможное снижение шума на посадке за счет снижения шума шасси составит 2.4 EPNдБ.

ВЫВОДЫ

Проведено сравнение результатов летных испытаний, маломасштабных экспериментов и результатов расчетной оценки шума самолета, включающей источники шума планера. На основе этого сравнения была определена эмпирическая поправка к матрицам шума шасси, полученных в ходе маломасштабных испытаний в АК-2 ЦАГИ; эта эмпирическая поправка составляет 3 дБ для каждой стойки шасси (основного и носового). Результаты расчета шума для горизонтального пролета самолета на постоянной высоте и с постоянной скоростью находятся в хорошем соответствии с результатами летных испытаний как с точки зрения максимума общего уровня шума, так и с точки зрения спектров шума отдельных источников (носовое и основное шасси). Результаты расчета для сертификационного уровня шума самолета на посадке хорошо соответствуют данным сертификационных измерений.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Экспериментальная часть работы с маломасштабными моделями шасси была выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zhao K., Okolo P., Neri E., Chen P., Kennedy J., Bennett G.J.* Noise reduction technologies for aircraft landing gear—A bibliographic review // *Prog. Aerosp. Sci.* 2020. V. 112. 100589.
2. *Копьев В.Ф., Зайцев М.Ю., Беляев И.В.* Исследование шума обтекания крупномасштабной модели крыла с механизацией // *Акустический журнал.* 2016. Т. 62. № 1. С. 95–105.
3. *Kopiev V., Belyaev I., Zaytsev M., Zhao K.* Experimental study of truncated-cylinder struts for noise reduction of large-scale landing gears // *J. Sound & Vib.* 2021. V. 511. 116362.
4. *Chiariotti P., Martarelli M., Castellini P.* Acoustic beamforming for noise source localization – Reviews, methodology and applications // *Mech. Systems & Signal Proc.* 2019. V. 120. P. 422.
5. *Humphreys Jr W.M., Brooks T.F.* Noise spectra and directivity for a scale-model landing gear // *International Journal of Aeroacoustics.* 2009. V. 8 (5). P. 409–443.
6. *Ueno Y., Isotani K., Hayama K., Takaishi T., Ito Y., Yokokawa Y., Yamamoto K.* Validation of Noise Reduction Design for Landing Gear in the FQUROH Flight Demonstration Project. / In 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference // *AIAA Paper.* 2019. 2506.
7. *Fink M.R.* Noise component method for airframe noise // *Journal of Aircraft.* 1979. V. 16 (10). P. 659–665.
8. *Dobrzynski W., Chow L., Guion P., Shiells D.* A European study on landing gear airframe noise sources / In: 6th Aeroacoustics Conference and Exhibit, Lahaina, USA, 12–14 June. 2000.
9. *Bennett G.J., Neri E., Kennedy J.* Noise characterization of a full-scale nose landing gear // *J. Aircr.* 2018. P. 1–37.
10. *Van Oosten N.* SOPRANO Presentation (PDF); SOPRANO Workshop: Madrid, Spain, 21–22 June 2007.
11. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // *Акустический журнал.* 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.

EXPERIMENTAL STUDY OF SMALL-SCALE LANDING GEAR OF REGIONAL AIRCRAFT IN ANECHOIC CHAMBER AC-2 TSAGI AND COMPARISON WITH FLIGHT TEST RESULTS

I. V. Belyaev^a, V. F. Kopiev^a, M. Yu. Zaytsev^a, and N. N. Ostrikov^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

Due to advances in engine noise reduction, airframe noise has become one of the main sources of modern aircraft at approach. The undercarriage is an important source of airframe noise, and its mitigation is necessary to further reduce overall aircraft noise and meet the current and future regulations on community noise. The problem of modeling and reduction of aerodynamic noise for such a complex object as the landing gear of a modern aircraft, which consists of a large number of elements of various shapes and sizes, is extremely difficult. In Russia, experimental studies of landing gear noise can be carried out either for small-scale models (in particular, in anechoic chamber AC-2 TsAGI), or in a full-scale flight tests using the noise source localization method (beamforming). Thus, it is of interest to compare the noise measurements of small-scale aircraft landing gear models with the results of flight tests in which landing gear noise is measured using the beamforming method. In this paper, for the first time in domestic practice, such a comparison is made in relation to the landing gear noise of a regional aircraft and a method is proposed for recalculating the results of small-scale landing gear tests to the full scale.

Keywords: landing gear noise, airframe noise, beamforming, localization, scaling

УДК 534.213.4, 534.231.3

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА НА РАЗЛИЧНЫХ УСТАНОВКАХ ТИПА “ИНТЕРФЕРОМЕТР С ПОТОКОМ”, ВЫПОЛНЕННОЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ В РАМКАХ ПРОЕКТА IFAR

© 2022 г. В. Ф. Копьев^{1,*}, Н. Н. Остриков¹, С. Л. Денисов¹, М. А. Яковец¹, М. С. Ипатов¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Обсуждаются результаты сравнительных исследований различных методов извлечения импеданса звукопоглощающих конструкций по результатам измерений на различных установках типа “Интерферометр с потоком”. В качестве исследуемых образцов звукопоглощающих конструкций использовались классические однослойные звукопоглощающие конструкции. Извлечение импеданса проводилось как при отсутствии, так и при наличии спутного воздушного потока. Выявлена зависимость извлеченных значений импеданса от числа использованных микрофонов и их положения, как при наличии воздушного потока, так и при его отсутствии. Сравнение извлеченных значений импеданса, полученного на различных установках и различными методами при наличии воздушного потока, показало зависимость значений действительной и мнимой частей импеданса от метода извлечения и частоты.

Ключевые слова: звукопоглощающие конструкции, интерферометр с потоком, извлечение импеданса

DOI: 10.31857/S2686740022050108

ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее важных источников шума авиационной силовой установки является шум вентилятора, излучаемый из воздухозаборного канала и из канала внешнего контура. Одним из основных способов снижения этого шума является использование звукопоглощающих конструкций (ЗПК), устанавливаемых на стенках каналов двигателя. Акустические характеристики работы ЗПК в каналах с потоком однозначно определяются величиной импеданса. Успех настройки импеданса ЗПК на наибольшее снижение шума вентилятора напрямую зависит от знания зависимо-

сти импеданса от частоты, уровня звукового давления и скорости потока, скользящего вдоль стенок канала.

Для решения задачи определения импеданса ЗПК в зависимости от скорости скользящего потока используются установки типа “Интерферометр с потоком”, которыми обладают ведущие мировые авиационные центры. В таких установках испытуемый образец ЗПК помещается заподлицо с боковой поверхностью одной из стенок канала прямоугольного сечения, а извлечение импеданса ЗПК основано на решении обратной задачи о распространении звука в канале с потоком при наличии импедансной стенки с использованием результатов измерения параметров звукового поля в канале, полученных с помощью микрофонов, установленных заподлицо с противоположной стороны от образца и/или на других жестких стенках канала.

Накопление опыта эксплуатации установок типа “Интерферометр с потоком” привело в последние годы к актуализации проблемы точности извлечения импеданса ЗПК на этих установках, что в значительной степени было обусловлено результатами работ по сравнению импеданса, измеренного на различных установках для одних и тех

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: vkopiev@mktsagi.ru

же образцов ЗПК с помощью как одинаковых, так и различных методов [1–5]. В этих работах показано, что на большинстве частот результаты извлечения импеданса одинаковых образцов ЗПК оказываются близкими, хотя при этом имеется достаточно большой разброс значений при применении различных методов. В том числе в этих экспериментах были обнаружены режимы работы ЗПК, при которых возникают существенные расхождения извлеченного импеданса даже при использовании одинаковых методов и при наличии, и при отсутствии потока в канале. Анализ указанных расхождений показал, что существуют проблемы точности извлечения импеданса и адекватности используемых математических моделей на установках типа “Интерферометр с потоком”. Это достаточно болезненный вывод, поскольку именно на этих установках производится выбор ЗПК для создающихся авиадвигателей. Как следствие, в 2017 г. в рамках работы рабочей группы по шуму (Noise Working Group) международного проекта IFAR (International Forum for Aviation Research), объединяющего коллективы ведущих авиационных научных центров NASA, ONERA, DLR, NLR и ЦАГИ, была сформулирована Тема № 1 (Acoustic Liner), целиком посвященная проблемам извлечения импеданса ЗПК на установках типа “Интерферометр с потоком”. По данной теме ведущий специалист NASA в области разработки ЗПК Майк Джонс (Mike G. Jones) сформулировал для консорциума проекта IFAR пять проблем (Challenges) [6], решение которых будет способствовать повышению точности извлечения импеданса ЗПК на указанных установках.

Настоящая работа выполнена в рамках решения Задачи № 1 (Challenge 1), которая посвящена сравнению различных подходов к извлечению импеданса ЗПК на установках типа “Интерферометр с потоком”. В соответствии с общей постановкой Задачи № 1 коллективом NASA было проведено экспериментальное исследование однослойного образца ЗПК на установке NASA GFIT (Grazing Flow Impedance Tube) и полученные экспериментальные данные были представлены для анализа членам консорциума IFAR. Результаты определения импеданса исследуемого образца ЗПК, выполненные командой NASA с помощью двух различных методов, также были предоставлены членам консорциума IFAR и представлены в работе [7].

Задача извлечения импеданса для исследуемого образца ЗПК на основе данных, представленных NASA, была также выполнена коллективом ЦАГИ с использованием метода, изложенного в работах [8–10]. Этот метод был разработан в рамках Задачи № 2 (Challenge 2) IFAR и его основной особенностью является учет трехмерной неоднородности потока в канале установки “Интерфе-

рометр с потоком” на основе решения уравнения Придмора–Брауна [8]. Первые результаты применения разработанного метода были представлены в работе [9], а впоследствии, благодаря модернизации установки ЦАГИ “Интерферометр с потоком”, описанной в [10], появилась возможность проведения измерения профиля скорости в различных сечениях интерферометра (двухпараметрический профиль скорости), что повысило точность определения профиля скорости потока.

Основными отличиями установки NASA GFIT, помимо геометрических размеров, являются число и местоположение измерительных микрофонов (всего 95 микрофонов), расположенных заподлицо на различных стенках канала. Эта особенность и была использована в настоящей работе для сравнения значений импеданса, полученных при измерении с помощью различного числа микрофонов, расположенных на различных стенках канала рассматриваемой установки NASA GFIT.

Значения импеданса тестового ЗПК, полученные с использованием методов NASA и ЦАГИ на соответствующих установках, и являются объектом исследований в настоящей работе.

1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В данной части будет представлено краткое описание экспериментальных установок NASA GFIT и “Интерферометр с потоком” ЦАГИ, на которых проводились измерения распределения звукового поля, результаты которых использовались в дальнейшем при извлечении импеданса. Детальное описание установки NASA можно найти в работах [6, 7, 11].

Поскольку основной акцент в настоящей работе делается на исследовании влияния числа и расположения микрофонов на величину извлекаемого импеданса, то необходимо описать маски микрофонов, которые будут использоваться далее (под маской микрофонов здесь подразумевается совокупность микрофонов, объединенных какой-либо общей особенностью при размещении в канале установки NASA GFIT). На рис. 1 представлены номера микрофонов для установки NASA GFIT и различные маски микрофонов, которые использовались в данной работе при извлечении импеданса. Красным цветом выделены микрофоны, соответствующие маске № 1, зеленым – маске № 2, синим – маске № 3, желтым – маске № 4. Маска № 5 включала в себя все микрофоны установки.

Сделаем несколько замечаний относительно используемых масок микрофонов:

1. Микрофоны для маски № 1 размещаются на нижней стенке установки напротив исследуемого

Номер микрофона	Маска 1	Маска 2	Маска 3	Маска 4	Маска 5	Номер микрофона	Маска 1	Маска 2	Маска 3	Маска 4	Маска 5	Номер микрофона	Маска 1	Маска 2	Маска 3	Маска 4	Маска 5
1	1	1	1	1	1	33	0	0	0	1	1	65	0	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	34	1	0	1	1	1	66	1	0	1	1	1
3	0	0	0	0	1	35	0	1	1	1	1	67	0	1	1	1	1
4	0	0	0	0	1	36	1	0	1	1	1	68	1	0	1	1	1
5	0	0	0	0	1	37	0	1	1	1	1	69	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	1	38	1	0	1	1	1	70	1	0	1	1	1
7	0	0	0	0	1	39	0	1	1	1	1	71	0	1	1	1	1
8	0	0	0	0	1	40	1	0	1	1	1	72	1	0	1	1	1
9	0	0	0	0	1	41	0	1	1	1	1	73	0	1	1	1	1
10	0	0	0	0	1	42	1	0	1	1	1	74	1	0	1	1	1
11	0	0	0	0	1	43	0	1	1	1	1	75	0	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	44	1	0	1	1	1	76	1	0	1	1	1
13	1	1	1	1	1	45	0	1	1	1	1	77	0	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	46	1	0	1	1	1	78	1	0	1	1	1
15	0	0	0	0	1	47	0	1	1	1	1	79	0	1	1	1	1
16	0	0	0	0	1	48	1	0	1	1	1	80	1	0	1	1	1
17	0	0	0	0	1	49	0	1	1	1	1	81	0	0	0	1	1
18	0	0	0	0	1	50	1	0	1	1	1	82	0	0	0	1	1
19	0	0	0	0	1	51	0	1	1	1	1	83	0	1	1	1	1
20	0	0	0	0	1	52	1	0	1	1	1	84	0	0	0	1	1
21	0	0	0	0	1	53	0	1	1	1	1	85	0	0	0	1	1
22	0	0	0	0	1	54	1	0	1	1	1	86	0	0	0	0	1
23	0	0	0	0	1	55	0	1	1	1	1	87	0	0	0	0	1
24	0	0	0	0	1	56	1	0	1	1	1	88	0	0	0	0	1
25	0	0	0	0	1	57	0	1	1	1	1	89	0	0	0	0	1
26	0	0	0	0	1	58	1	0	1	1	1	90	0	0	0	0	1
27	0	0	0	0	1	59	0	1	1	1	1	91	0	0	0	0	1
29	0	0	0	0	1	60	1	0	1	1	1	92	0	0	0	0	1
29	0	0	0	1	1	61	0	1	1	1	1	93	0	0	0	0	1
30	0	0	0	1	1	62	1	0	1	1	1	94	0	0	0	0	1
31	0	0	0	1	1	63	0	1	1	1	1	95	0	0	0	0	1
32	0	0	0	1	1	64	1	0	1	1	1						

Рис. 1. Номера микрофонов и соответствующие им маски микрофонов (0 – неиспользуемые микрофоны, 1 – используемые микрофоны).

образца ЗПК справа от оси канала (24 микрофона);

2. Микрофоны для маски № 2 размещаются на нижней стенке установки напротив исследуемого образца ЗПК слева от оси канала (24 микрофона);

3. Маска микрофонов № 3 объединяет микрофоны масок № 1 и № 2 слева и справа от оси канала напротив исследуемого образца ЗПК (всего 48 микрофонов);

4. Маска микрофонов № 4 включает в себя все 57 микрофонов, размещенных на нижней стенке канала (не только напротив исследуемого образца ЗПК);

5. Маска микрофонов № 5 включает в себя все микрофоны (всего 91 микрофон), размещенные на нижней, верхней (вне области установки исследуемого образца ЗПК) и боковых стенках канала установки NASA GFIT;

6. Микрофоны № 1, № 2, № 13 и № 14 размещаются на верхней стенке установки и посредством метода двух микрофонов использовались для определения амплитуды падающей и отраженной волн для всех 5 используемых масок микрофонов.

Установка “Интерферометр с потоком” ЦАГИ представляет собой металлический канал квадратного сечения (рис. 2), в центральной части которого располагается кассета с исследуемым образцом ЗПК (рис. 3). Отличие установок ЦАГИ и NASA состоит в следующем. Установка NASA

GFIT имеет прямоугольный канал, а установка ЦАГИ – квадратный. На установках ЦАГИ и NASA используется различное число микрофонов (16 микрофонов на установке ЦАГИ и 95 микрофонов на установке NASA GFIT), и их расположение относительно оси канала также различно. При этом размещение микрофонов на установке ЦАГИ подразумевает использование только одной маски микрофонов, которая не повторяет маски микрофонов, используемых на установке NASA GFIT. Кроме этого, экспериментальные исследования на установке ЦАГИ могут проводиться в двух различных вариантах сборки: сборка в лабораторной конфигурации и сборка в конфигурации в заглушенной камере АК-2. В различных вариантах сборки в канале установки ЦАГИ реализуются потоки с различными профилями скорости, причем в сборке в конфигурации в заглушенной камере АК-2 достижима любая дозвуковая скорость потока в канале, а в случае сборки в лабораторных условиях скорость потока в канале ограничена величиной 100 м/с.

В настоящей работе измерения проводились в сборке установки в конфигурации заглушенной камеры АК-2 (рис. 4). В данной конфигурации канал установки подключался к внутренней цепи компрессора АК-2. В этой конфигурации компрессор работает в режиме нагнетания воздуха, т.е. давление в воздуховоде является положительным. В качестве источника звука использовался

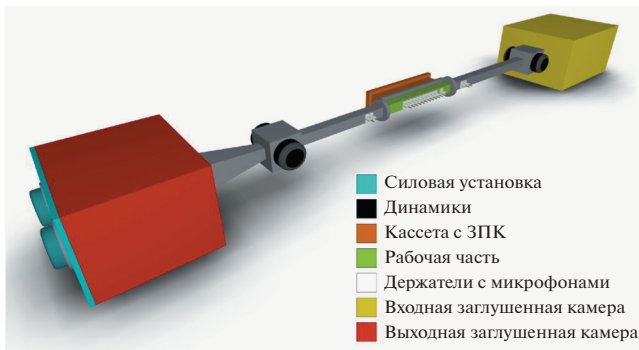


Рис. 2. Трехмерная 3D-модель установки ЦАГИ “Интерферометр с потоком”.

тональный сигнал в диапазоне частот от 0.5–3.0 кГц с шагом 0.1 кГц и уровне звукового давления 140 дБ. Скорость потока в канале при проведении экспериментов составляла 0 и 100 м/с, причем распространение звука осуществлялось вниз по потоку и было аналогично условию распространения звука на установке NASA GFIT.

В ходе эксперимента в рабочей части экспериментальной установки в трех сечениях (рис. 5) были измерены профили скорости воздушного потока (рис. 6).

Из рис. 6 видно, что изменение профиля потока в центральной части интерферометра составляло не более 5% на длине образца, а на стенках интерферометра менее 1%. При дальнейшем извлечении импеданса это позволило сделать допущение, что в первом приближении профиль скорости потока является постоянным вдоль оси канала установки “Интерферометр с потоком”.

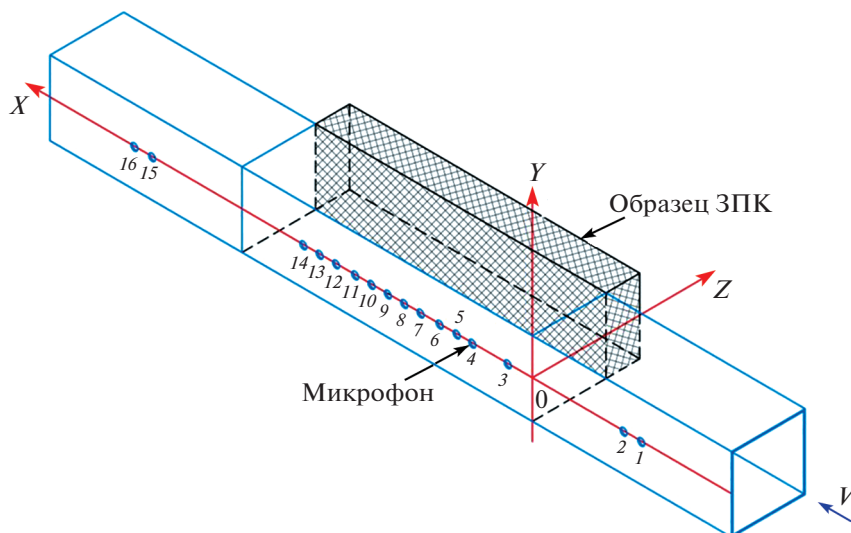


Рис. 3. Центральная секция установки ЦАГИ “Интерферометр с потоком” с измерительными микрофонами.

Более подробное описание установки ЦАГИ “Интерферометр с потоком” можно найти в работах [9], где также приведены примеры измеренных профилей для различных скоростей потока, значения амплитуды и фазы давления для различных частот, а также проводится анализ неопределенностей при проведении эксперимента, оказывающих влияние на измеряемые значения. Заметим, что после проведения указанных испытаний в заглушенной камере АК-2 установка ЦАГИ “Интерферометр с потоком” была модернизирована путем увеличения числа измерительных микрофонов до 24 штук, а также была реализована возможность измерения профиля скорости потока во взаимно перпендикулярных направлениях, что позволило улучшить точность описания профиля средней скорости потока, и, как следствие, точность извлечения импеданса [10].

2. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА

Представим краткое описание методов извлечения импеданса, используемых коллективами NASA и ЦАГИ. Коллектив NASA использует два метода для определения импеданса на основе измеренных акустических давлений. Первый – это метод Прони, опирающийся на измерение акустического давления для вычисления осевых волновых чисел, из которых можно непосредственно вычислить импеданс исследуемого образца ЗПК. Поскольку этот метод предполагает, что канал имеет бесконечную длину для исследуемого образца ЗПК, то для правильного выбора той части данных, которая наиболее подходит для этого анализа, необходимо проведение дополнительного анализа. Второй метод – метод КУГ пред-



Рис. 4. Установка ЦАГИ “Интерферометр с потоком” в сборке в конфигурации заглушенной камеры АК-2.

ставляет собой реализацию метода конечных элементов (МКЭ) для решения двумерного (2D) Конвективного уравнения Гельмгольца с граничными условиями Ингарда–Майерса для образца ЗПК при наличии потока. В данном случае извлеченный импеданс используется в качестве входных данных для расчета распространения звука. Предполагается, что импеданс, который приводит к минимальной разнице между вычисленным и измеренным полями звукового давления, является искомым импедансом для исследуемого образца. Подробное описание методов извлечения импеданса ЗПК, используемым коллективом NASA на установке NASA GFIT, представлено в работе [6], а валидация расчетных методов – в работе [13].

Метод определения импеданса, используемый коллективом ЦАГИ, основан на решении линеаризованных уравнений Эйлера с помощью МКЭ в предположении, что импеданс исследуемого образца ЗПК удовлетворяет граничным условиям третьего рода [9, 10]. Метод ЦАГИ допускает как двумерное (2D), так и трехмерное (3D) описание геометрии канала установки типа “Интерферометр с потоком”. Рассчитанное с помощью данных методов звуковое давление используется для минимизации функционала Φ . Ключевое отличие в подходе, примененном в настоящей работе, от подхода работ [9, 10] заключается в том, что метод градиентного спуска используется при мини-

мизации нормированного функционала Φ , который имеет вид

$$\Phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| 1 - \frac{p_i^c}{p_i^e} \right|^2, \quad (1)$$

где N – количество измерительных микрофонов, p_i^e – звуковое давление, измеренное в эксперименте, и p_i^c – звуковое давление, рассчитанное с использованием метода конечных элементов для заданного значения импеданса.

Сделаем несколько замечаний относительно профиля потока, используемого при расчете звукового поля с целью последующего извлечения импеданса. В случае 2D-модели геометрии канала установки для расчетов используется одномерный поперечный профиль скорости потока. В случае использования реалистической трехмерной геометрии канала установки для расчета звукового давления используется двумерный профиль продольной скорости потока в поперечном сечении канала. В обоих случаях предполагается, что профиль скорости потока остается постоянным по всей длине канала установки “Интерферометр с потоком”.

В случае установки ЦАГИ для расчета используется экспериментально измеренный профиль скорости в поперечном сечении канала. Для расчета звукового давления измеренный профиль аппроксимируется с помощью полинома высокого порядка. Для 3D-геометрии канала построение трехмерного профиля скорости было выполнено в соответствии с методом, используемым в работе [10]. В случае установки NASA GFIT для 2D-геометрии канала использовался полуэмпирический профиль потока, описываемый аналитическим выражением, взятым из работы [12], а его обобщение на трехмерный случай было таким же и для установки ЦАГИ [10].

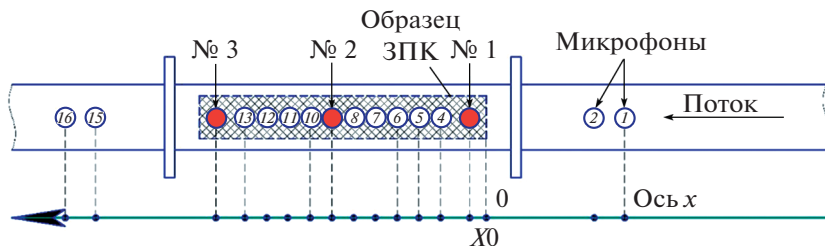


Рис. 5. Номера сечений (№ 1, № 2 и № 3), в которых проводились измерения профиля скорости потока.

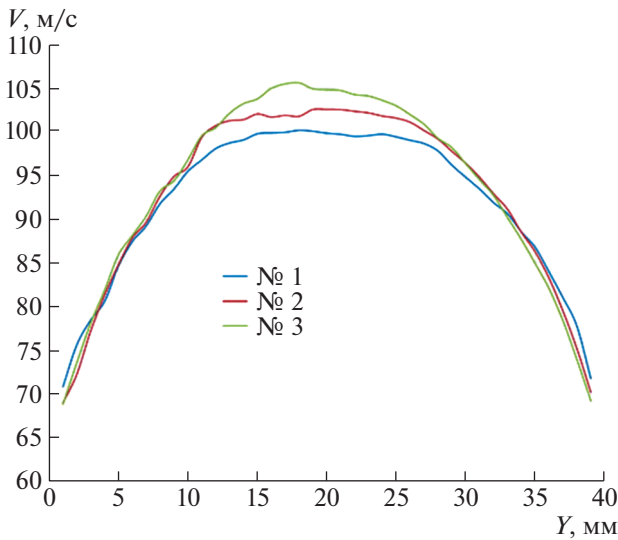


Рис. 6. Измеренный профиль скорости потока для конфигурации АК-2. Образец ЗПК располагается на расстоянии $Y = 40$ мм, а жесткая стенка $Y = 0$ мм. Номера кривых соответствуют номерам сечений (рис. 7) вдоль оси канала, в которых проводились измерения.

3. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОГО ОБРАЗЦА И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА

В данном разделе будут представлены результаты извлечения импеданса, полученные для установок ЦАГИ и NASA GFIT типа “Интерферометр с потоком” для однослойного образца ЗПК IFAR IU2 (фотография образца и его параметры представлены на рис. 7 и в табл. 1 соответственно) при скоростях потока, равных 0 и 100 м/с, а также для двух значений уровней звукового давления на входе установки – 120 и 140 дБ. Везде далее наименование IU2M0L2 соответствует образцу IU2 при уровне звукового давления 120 дБ и скорости потока 0 м/с; наименование IU2M0L4 соответствует образцу IU2 при уровне звукового давления 140 дБ и скорости потока 0 м/с и наименование IU2M03L4 соответствует образцу IU2 при

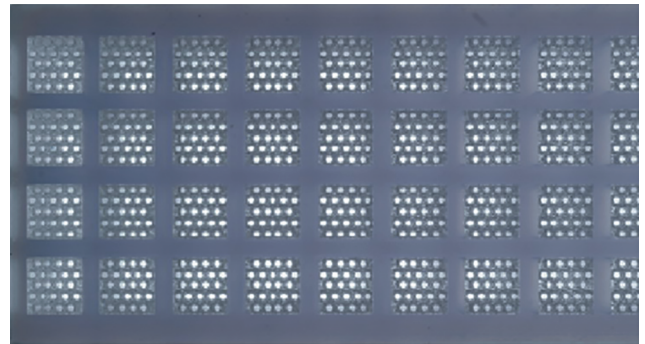


Рис. 7. Фотография исследуемого образца ЗПК IFAR IU2.

уровне звукового давления 140 дБ и скорости потока 100 м/с.

Итак, рассмотрим случай отсутствия воздушно-го потока и уровень звукового давления на входе установки, равный 120 дБ. На рис. 8 представлены зависимости для действительной (а) и мнимой частей (б) импеданса, извлеченных в двумерном (2D) случае для трех различных масок микрофонов на установке NASA GFIT. Красная кривая соответствует маске № 1, синяя – маске № 2 и зеленая – маске № 3. Хорошо видно, что мнимые части импеданса близки друг к другу, в то время как действительные части демонстрируют различия на частотах ниже 1 кГц и выше 2.4 кГц. Необходимо отметить, что в частотном диапазоне 1.0–2.4 кГц разность между действительными частями импеданса, извлеченными с помощью различных масок микрофонов, не превосходит 2–4%. Однако частоте 400 Гц для масок микрофонов № 1 и № 2 эта разность составляет величину около 40%.

На рис. 9 представлено сравнение значений вычисленного с помощью соотношения (1) функционала для различных масок микрофонов. Видно, что наибольшие значения функционала демонстрирует маска микрофонов № 2, а минимальные значения – маска микрофонов № 1. Маска микрофонов № 3 демонстрирует промежуточные значения функционала и более монотонную зависимость от частоты, в отличие от масок микрофонов № 1 и № 2. Следует отметить, что увеличение числа микрофонов не приводит к монотонному росту или уменьшению значений функционала. Также сделаем замечание, что на частоте настройки ЗПК (1.2 кГц) для всех трех значений функционала имеет место локальный максимум.

На рис. 10 представлено сравнение результатов извлечения импеданса (действительная (а) и мнимая части (б)), выполненных для масок микрофонов № 1–3 для двумерной геометрии канала с результатами извлечения импеданса, выполненными коллективом NASA. Хорошо видно, что

Таблица 1. Параметры исследуемого образца ЗПК IFAR IU2

Наименование	Значение
Процент перфорации, %	$F = 11$
Длина образца (для установки NASA), мм	$LX = 406.4$
Длина образца (для установки ЦАГИ), мм	$LX = 400.0$
Ширина образца (для установки NASA), мм	$LY = 50.8$
Ширина образца (для установки ЦАГИ), мм	$LY = 40.0$
Толщина сотоблока, мм	$H = 50.8$
Толщина перфорированного листа, мм	$t = 0.9$
Диаметр отверстия, мм	$d = 1.0$

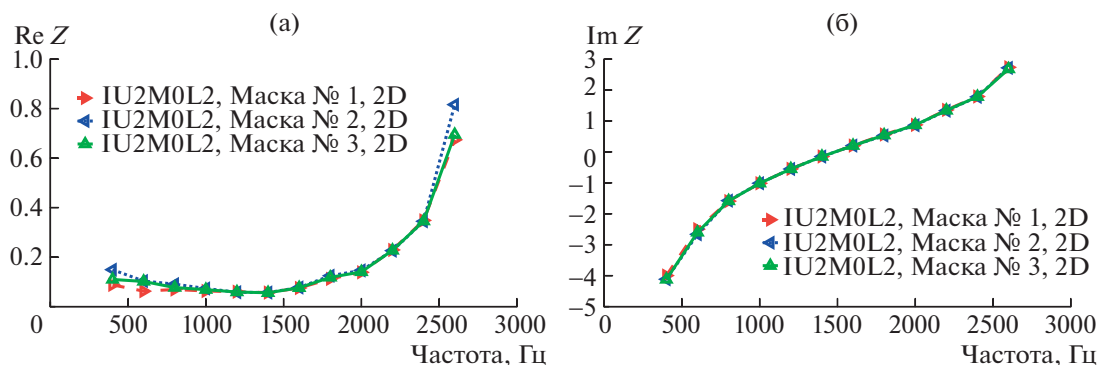


Рис. 8. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса для масок микрофонов № 1, № 2 и № 3, извлеченного для двумерной (2D) геометрии канала установки NASA GFIT.

мнимая часть импеданса для всех рассмотренных методов демонстрирует отличное совпадение, в то время как для действительной части имеет место отклонение, особенно заметное на частотах ниже 600 Гц. В диапазоне частот от 1 до 1.4 кГц все рассмотренные методы демонстрируют близкие значения, на частотах свыше 1.6 кГц значения импеданса, полученные для масок № 1–3 и методом КУГ, демонстрируют близкие значения, отличаясь от значений, полученных методом Прони.

Рассмотрим далее сравнение различных масок микрофонов для образца IU2M0L2 для случая трехмерной (3D) геометрии канала для установки NASA GFIT. На рис. 11 представлены зависимости для действительной (а) и мнимой частей (б) импеданса, полученные для трех различных масок микрофонов и двух расчетных геометрий. Красная кривая соответствует двумерной (2D) геометрии канала и маске микрофонов № 3, синяя – трехмерной (3D) геометрии канала и маске микрофонов № 4, а зеленая – трехмерной (3D) геометрии канала и маске микрофонов № 5. Зависимости, полученные для двумерной и трехмерной расчетных геометрий канала, демонстрируют близкие значения действительной и мнимой частей импеданса в диапазоне частот от 600 до 2200 Гц. На частотах свыше 2.2 кГц расчет с использованием трехмерной модели демонстрирует несколько большие значения импеданса, нежели чем двумерный расчет. Как показывает проведенный нами анализ, для устранения этого отличия необходимо увеличить число и/или тип используемых конечных элементов. Сравнение значений импеданса, извлеченных с помощью микрофонных масок № 4 и № 5, демонстрирует близкие значения, несколько отличаясь на частоте 2.6 кГц для действительной части.

На рис. 12 представлено сравнение значений функционала для двумерной и трехмерной расчетных геометрий канала и трех различных масок микрофонов. Хорошо видно, что значения функ-

ционала для микрофонных масок № 4 и № 5 демонстрируют близкие значения функционала во всем диапазоне частот, кроме частот 0.6, 1.0 и 1.4 кГц. Интересно отметить, что в отличие от зависимостей, представленных на рис. 9, положения максимума функционала для трехмерной геометрии канала не совпадают с частотой настройки ЗПК (1.4 вместо 1.2 кГц). Этот факт демонстрирует влияние пространственного распределения звукового поля в канале установки, не учитываемое при двумерном расчете, на извлекаемые значения импеданса. Сравнение с функционалом для двумерной расчетной модели показывает, что во всем диапазоне частот, кроме частоты 1.4 кГц, расчет для трехмерной геометрии канала дает меньшие значения функционала, чем расчет для двумерной геометрии канала. Причиной этого может быть как увеличение числа микрофонов в функционале (1), так и более корректный учет распределения звукового поля в канале установки при проведении расчетов с использованием трехмерной геометрии.

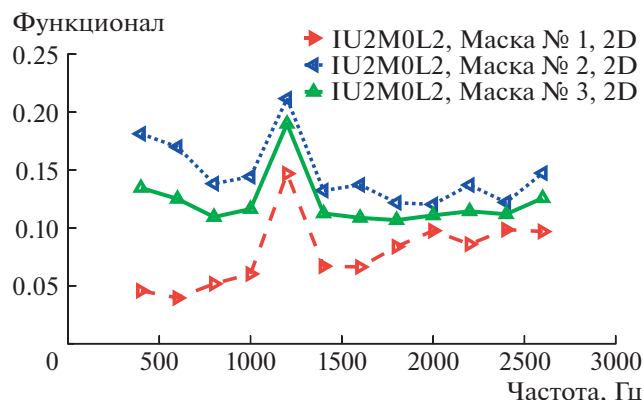


Рис. 9. Сравнение значений функционала для масок микрофонов № 1, № 2 и № 3 для двумерной (2D) геометрии канала.

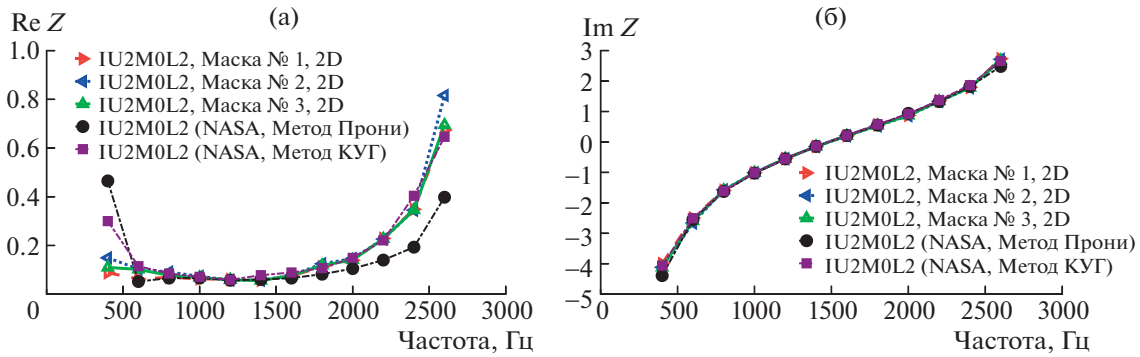


Рис. 10. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса для масок микрофонов № 1, № 2 и № 3 с результатами извлечения импеданса, полученными коллективом NASA.

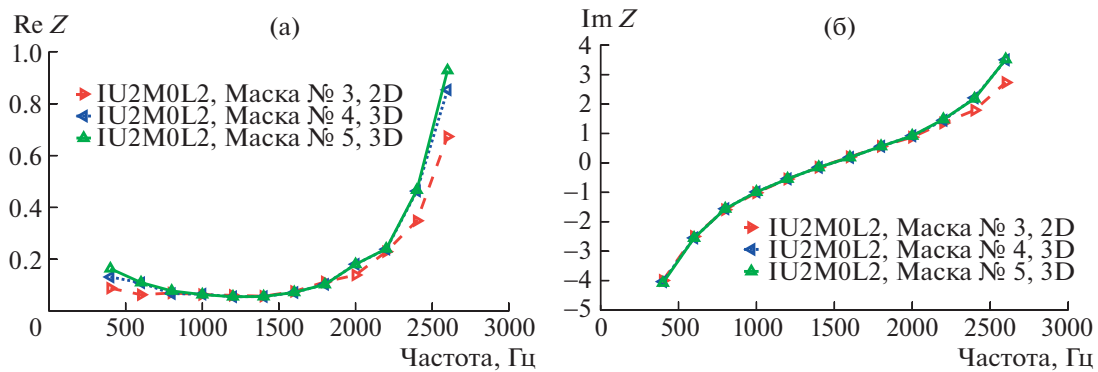


Рис. 11. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса, полученных для маски микрофонов № 3 и двумерной (2D) геометрии канала со значениями, полученными для трехмерной (3D) геометрии канала и масок микрофонов № 4 и № 5.

На рис. 13 представлено сравнение значений действительной (а) и мнимой (б) частей импеданса, извлеченных для двумерной (2D) и трехмерной (3D) расчетных геометрий канала со значе-

ниями импеданса, полученными коллективом NASA. Отчетливо видно, что для всех методов извлечения импеданса полученные значения для мнимой части демонстрируют хорошее совпадение в диапазоне частот от 400 до 2200 Гц. На более высоких частотах имеет место некоторое превышение полученных с помощью трехмерного расчета значений импеданса. В диапазоне частот от 600 до 1600 Гц также имеет место хорошее совпадение действительной части импеданса для всех рассматриваемых методов. Однако на частотах свыше 1600 Гц наблюдается различие между полученными значениями, причем разница между полученными значениями зависит от частоты.

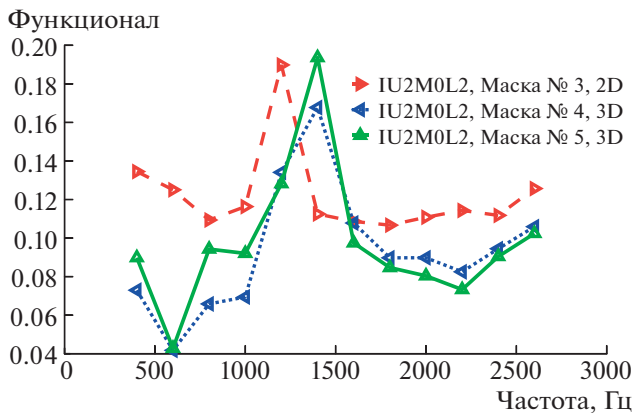


Рис. 12. Сравнение значений функционала для маски микрофонов № 3 для двумерной (2D) геометрии канала и масок микрофонов № 4 и № 5 для трехмерной (3D) геометрий канала.

Сходство значений импеданса, полученных коллективом NASA с помощью метода КУГ и метода ЦАГИ, обусловлено тем фактом, что оба они основаны на определении звукового давления в канале с помощью метода конечных элементов с последующей минимизацией разницы между измеренными и рассчитанными значениями звукового давления. Однако причина разницы в полученных значениях импеданса для этих методов на частотах ниже 0.8 кГц требует дополнительного

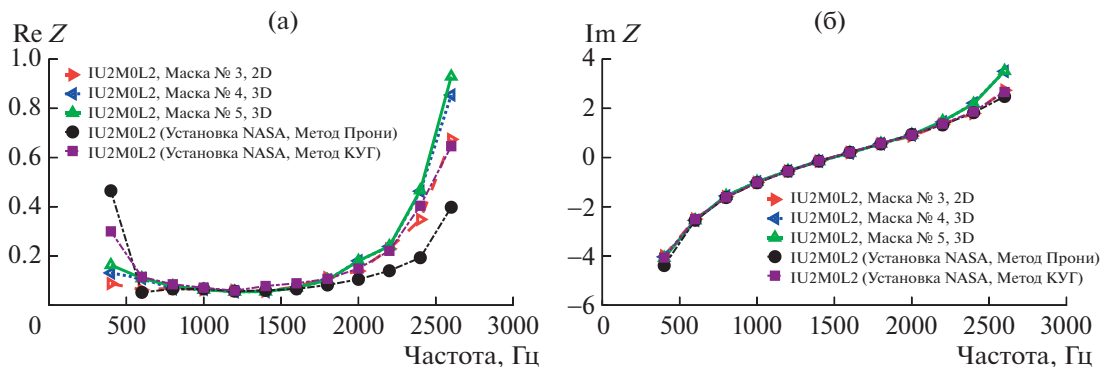


Рис. 13. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса для масок микрофонов № 3, № 4 и № 5 с результатами извлечения импеданса, полученными коллективом NASA.

анализа (возможно, это различие связано с использованием разных функционалов Φ).

Сравнительный анализ значений импеданса, полученных с использованием различных микрофонных масок, не позволяет нам сделать однозначный вывод о достоинствах одной микрофонной маски над другой. Это очевидно, поскольку рассматриваются двумерная геометрия канала и распространение звука при отсутствии воздушного потока (в этом случае конвективное уравнение Гельмгольца и линеаризованное уравнение Эйлера сводятся к уравнению Гельмгольца, а граничные условия Ингарда–Майерса сводятся к граничным условиям третьего рода), и разница между полученными значениями импеданса может быть обусловлена неоднородностью параметров используемых микрофонов. Завышенные значения импеданса, полученные для трехмерной геометрии канала, по сравнению со значениями, полученными для двумерной геометрии канала, или со значениями, полученными коллективом NASA, обусловлены числом и типом используемых при расчете конечных элементов (в данном случае использовались линейные 8-узловые элементы, а расчетная модель состояла из 24000 элементов).

В целом анализ полученных результатов по извлечению импеданса на установке NASA GFIT для рассматриваемого образца однослойной ЗПК при отсутствии воздушного потока не позволяет сделать однозначного вывода о превосходстве какой-либо расчетной модели или маски микрофонов по отношению к другой модели или маске. Однако трехмерный расчет позволяет более корректно описать распределение звукового поля в канале установки и при наличии микрофонов на различных стенках канала, исходя из значений функционала, получить лучшие значения импеданса, чем двумерный расчет. Но на высоких частотах необходимо увеличивать число и/или тип используемых конечных элементов для сохранения необходимой точности извлечения импеданса.

Рассмотрим далее сравнение значений импеданса, полученных на установках ЦАГИ и NASA GFIT для двумерной и трехмерной геометрий канала для образца IU2M0L4 (в данном случае суммарный уровень звукового давления на входе составлял 140 дБ) при отсутствии воздушного потока. На рис. 14 представлено сравнение извлеченных значений импеданса, полученных по результатам измерений на установках ЦАГИ и NASA GFIT для двумерной и трехмерной геометрий канала. Хорошо видно, что значения импеданса (действительная и мнимая части), полученные на установке ЦАГИ для двумерной и трехмерной геометрий канала, близки друг к другу, так же как и значения импеданса, полученные для установки NASA GFIT для двумерной и трехмерной геометрий канала и масок микрофонов № 3 и № 5 соответственно. Однако на частотах свыше 2 кГц имеет место увеличение значений действительной и мнимой частей импеданса, полученных для установки NASA GFIT. Как было сказано выше, это обусловлено недостаточной дискретизацией расчетной области и/или типом используемых конечных элементов для трехмерной геометрии канала. Однако для установки ЦАГИ увеличения значений импеданса для трехмерной геометрии канала не наблюдается. Это обусловлено меньшими размерами установки ЦАГИ как в продольном направлении, так и в меньшей площади поперечного сечения [6, 7, 9, 10].

Также отметим, что на частоте 1.4 кГц (частота наибольшего поглощения звука) расчеты, выполненные для установки ЦАГИ, демонстрируют наличие характерного локального максимума как для двумерной, так и для трехмерной геометрий канала. В то же время расчеты, выполненные для установки NASA GFIT, наличие такого максимума не демонстрируют.

На рис. 15 представлено сравнение результатов извлечения импеданса, проведенных для установки ЦАГИ (двумерная и трехмерная геометрии

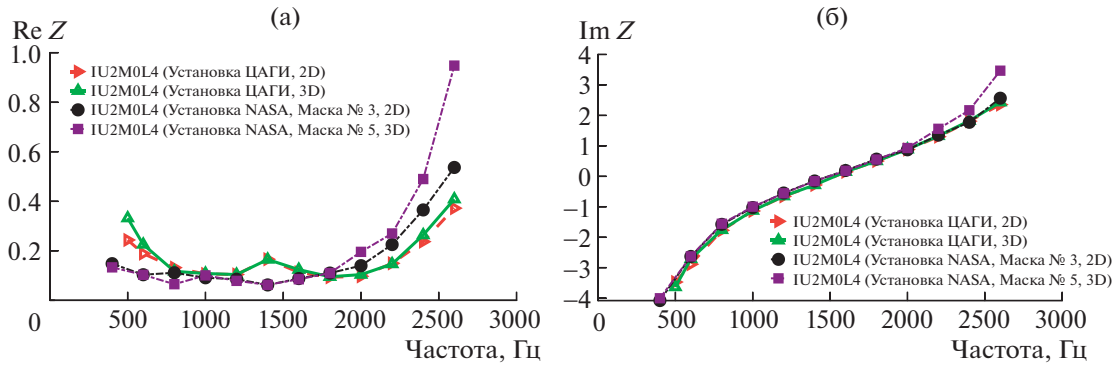


Рис. 14. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса, извлеченных на установках ЦАГИ и NASA GFIT (маски микрофонов № 3 и № 5) для двумерной (2D) и трехмерной (3D) геометрий канала.

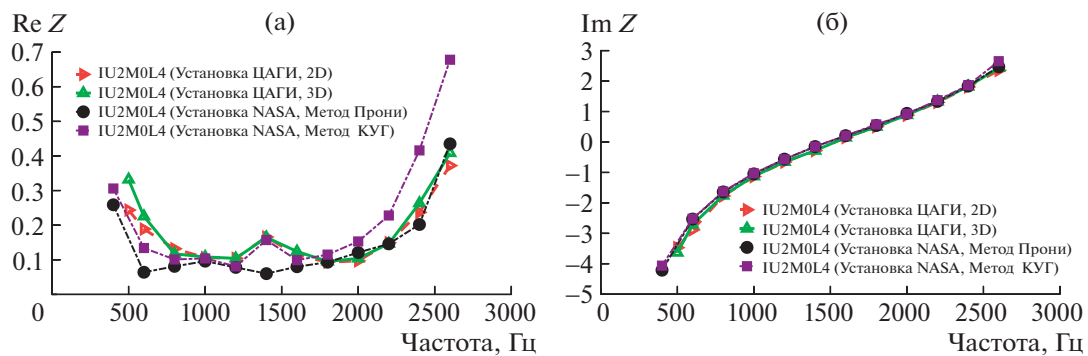


Рис. 15. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса, извлеченных на установке ЦАГИ для двумерной (2D) и трехмерной (3D) геометрий канала с результатами, полученными коллективом NASA.

канала), и результатов извлечения импеданса, полученных коллективом NASA. Видно, что мнимые части импеданса для всех рассмотренных случаев близки друг к другу во всем диапазоне частот, в то время как для действительной части импеданса имеет место разнонаправленное поведение: на частотах до 1.6 кГц результаты ЦАГИ, полученные для обеих рассматриваемых геометрий канала, ближе к результатам, полученным коллективом NASA с помощью метода КУГ. Однако на частотах свыше 1.8 кГц результаты ЦАГИ для обеих геометрий канала ближе к результатам, полученным с помощью метода Прони. Интересно отметить, что результаты ЦАГИ для обеих рассматриваемых геометрий канала и метод Прони демонстрируют очень близкие значения на частоте 1.4 кГц, где наблюдается наибольшее поглощение звука.

Таким образом, для образца IU2M0L4 имеет место некоторое различие для значений импеданса, извлеченных на установках NASA GFIT и ЦАГИ. Если значения для мнимой части импеданса близки для всех рассматриваемых случаев, то для действительной части импеданса имеет место ярко выраженная зависимость от геометрии канала

установки числа микрофонов и способа описания (двумерный или трехмерный) при извлечении импеданса. Различия на частоте 1.4 кГц, полученные для установки NASA GFIT и методов ЦАГИ и КУГ, вероятнее всего, обусловлены использованием различных функционалов, применяемых для извлечения импеданса. Однако детальный анализ этих отличий требует проведения дополнительных исследований.

Рассмотрим, наконец, значения импеданса, извлеченные для образца IU2M03L4 при скорости потока 100 м/с на установке NASA GFIT для двумерной и трехмерной геометрий канала. Начнем с анализа влияния расчетной геометрии канала (2D и 3D) на извлекаемые значения импеданса при наличии потока. На рис. 16 для скорости потока 100 м/с представлены сравнения значений импеданса полученных для двумерной модели канала (Маска микрофонов № 3, красная кривая) и для трехмерной геометрии канала, полученные для Масок микрофонов № 4 (синяя кривая) и № 5 (зеленая кривая). Из рис. 16 видно, что извлечение действительной и мнимой частей импеданса, выполненное для двумерной модели, демонстрирует хорошее совпадение с трехмерным расчетом

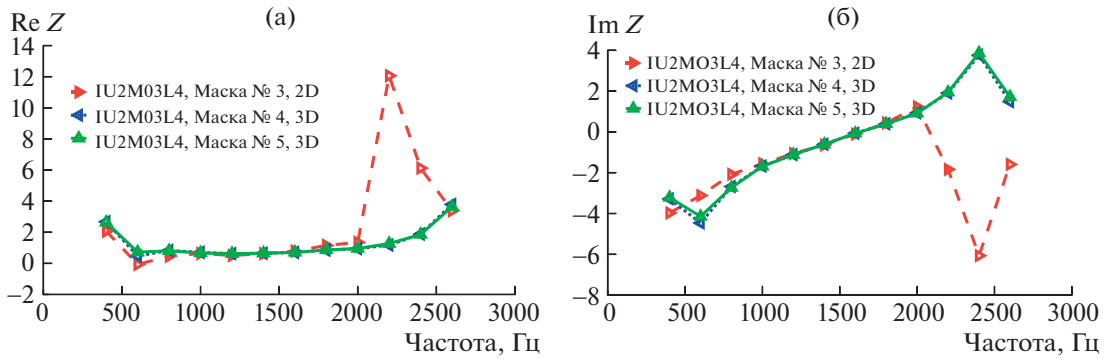


Рис. 16. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса, извлеченных на установке NASA GFIT для двумерной (2D) и трехмерной (3D) геометрий канала и для Масок микрофонов № 3, № 4 и № 5 при скорости потока, равной 100 м/с.

в диапазоне частот от 1 до 2 кГц, в то время как на частотах ниже 1 кГц имеют место некоторые отличия для извлекаемых значений импеданса, наиболее отчетливо заметные для частоты 600 Гц. На частотах свыше 2 кГц расчет действительной части импеданса для трехмерной геометрии канала демонстрирует монотонный рост без характерного максимума на частоте 2.2 кГц, который имеет место для двумерной геометрии. На частотах свыше 2 кГц мнимая часть импеданса, полученная для двумерной геометрии канала, демонстрирует отрицательные значения, в то время как для трехмерной геометрии канала такой эффект не наблюдается.

Зависимость функционала для различных микрофонных масок и расчетных моделей извлечения импеданса представлена на рис. 17. Видно, что значения функционала для трехмерной расчетной модели и микрофонных масок № 4 и № 5 демонстрируют близкие значения во всем диапазоне частот, кроме частоты 2.6 кГц. В то время как двумерная расчетная модель на частотах ниже 1 кГц демонстрирует в полтора раза меньшие значения функционала, а на частотах свыше 1.6 кГц в 1.5–3 раза большие значения функционала, причем наибольшее различие достигается на частотах 2.2 и 2.4 кГц. Это позволяет сделать вывод, что использование трехмерной геометрии канала для решения задачи извлечения импеданса является более предпочтительным. Увеличение значения функционала на частоте 2.6 кГц для трехмерной геометрии канала, как уже упоминалось ранее, обусловлено особенностями дискретизации расчетной области. Однако увеличение значений функционала для двумерной геометрии канала в данном случае труднообъяснимо и обусловлено, вероятнее всего, тем, что данная модель недостаточно хорошо описывает распределение звукового поля в канале установки при наличии воздушного потока.

Сравнение извлеченных значений импеданса для двумерной и трехмерной геометрий канала с данными, полученными коллективом NASA, представлено на рис. 18. Видно, что действительная часть импеданса, полученная всеми рассматриваемыми методами, в диапазоне частот от 1 до 1.4 кГц демонстрирует близкие значения, однако при увеличении частоты данные, полученные для 2D- и 3D-геометрий канала с помощью метода ЦАГИ, дают большие значения, чем данные, полученные командой NASA. Для действительной части импеданса на частотах ниже 1 кГц также имеет место различие между найденными значениями импеданса. Мнимая часть импеданса, полученная рассматриваемыми методами, также демонстрирует различие во всем диапазоне частот, кроме частот 1.6–1.8 кГц. Необходимо отметить, что значения импеданса, полученные коллективом NASA, не демонстрируют изменения знака для мнимой части импеданса, которое имеет ме-

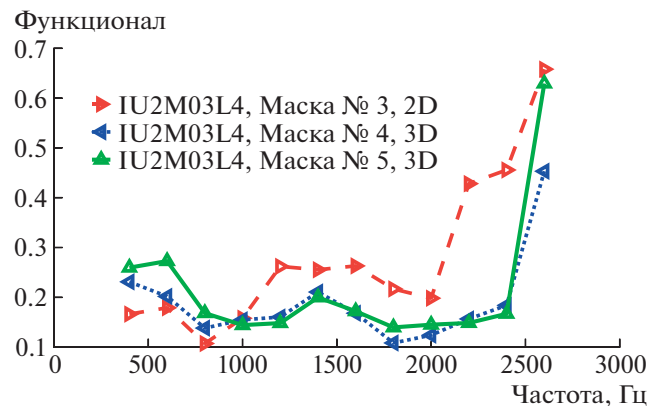


Рис. 17. Сравнение значений функционала для масок микрофонов № 3, № 4 и № 5, соответствующих двумерной (2D) и трехмерной (3D) геометриям канала при скорости потока, равной 100 м/с.

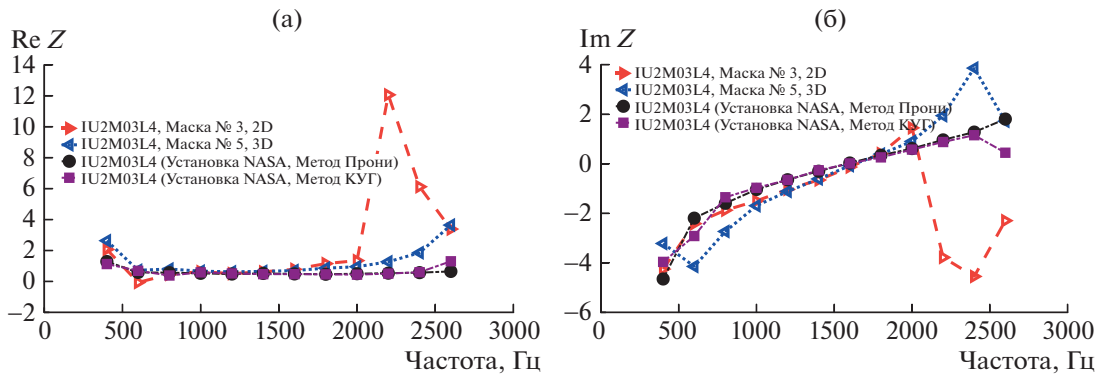


Рис. 18. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса, извлеченных на установке NASA GFIT для двумерной (2D) и трехмерной (3D) геометрии канала с результатами, полученными коллективом NASA при скорости потока, равной 100 м/с.

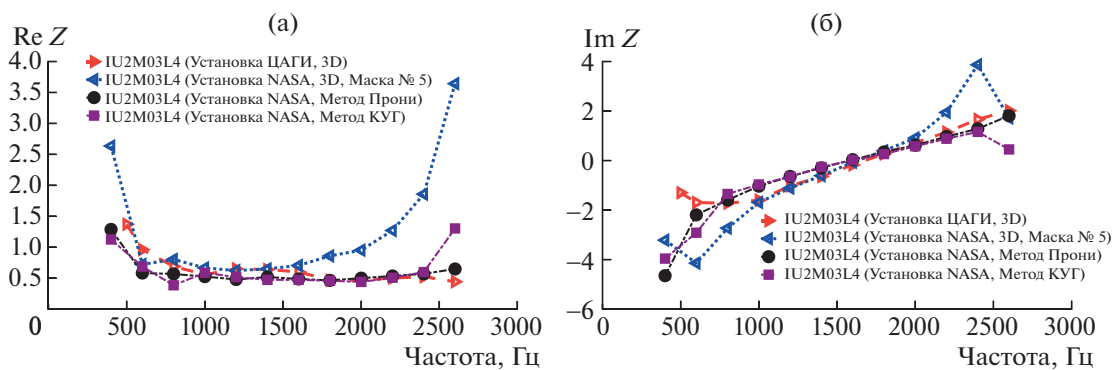


Рис. 19. Сравнение действительной и мнимой частей импеданса, извлеченных на установке ЦАГИ и NASA GFIT (маска микрофонов № 5) для трехмерной (3D) геометрии канала с результатами, полученными коллективом NASA при скорости потока, равной 100 м/с.

сто для двумерной расчетной модели и микрофонной маски № 3.

Проведем, наконец, сравнение значений импеданса, полученных для образца IU2M03L4 при скорости потока 100 м/с на установках ЦАГИ и NASA GFIT для трехмерной геометрии канала с результатами, полученными коллективом NASA с помощью метода Прони и метода КУГ для скорости потока. Из рис. 19 видно, что в диапазоне частот от 800 Гц до 1.4 кГц значения действительной части импеданса, полученные для трехмерной геометрии канала для установок ЦАГИ и NASA GFIT, близки друг к другу. Однако при увеличении частоты действительная часть, полученная на установке ЦАГИ, становится ближе к значениям, полученным с помощью методов Прони и КУГ, в то время как действительная часть, полученная для трехмерной геометрии установки NASA GFIT, монотонно возрастает и дает в 2–3 раза большие значения.

Для мнимой части импеданса имеет место следующая тенденция: на частотах ниже 1 кГц импеданс, извлеченный с помощью трехмерного рас-

чета для различных установок, дает различные значения. Однако в диапазоне частот от 1 до 1.6 кГц полученные с помощью трехмерного расчета значения импеданса совпадают. При увеличении частоты мнимая часть, полученная для установки NASA GFIT, демонстрирует рост, в то время как мнимая часть, полученная на установке ЦАГИ, такого роста не демонстрирует и расположена ближе к значениям, полученным с помощью методов Прони и КУГ.

На рис. 20 представлено сравнение функционалов, полученных по результатам измерений на установках ЦАГИ и NASA GFIT при извлечении импеданса для трехмерной геометрии канала. На частотах ниже 1.2 кГц значения функционала, полученные для установки NASA GFIT, демонстрируют на 20–30% меньшие значения, чем значения функционала, полученные для установки ЦАГИ. Однако на частотах от 2 до 2.4 кГц на 30% меньшие значения функционала демонстрирует установка ЦАГИ. В диапазоне частот от 1.2 до 1.8 кГц значения функционала для установки ЦАГИ демонстрируют локальный максимум. Причиной

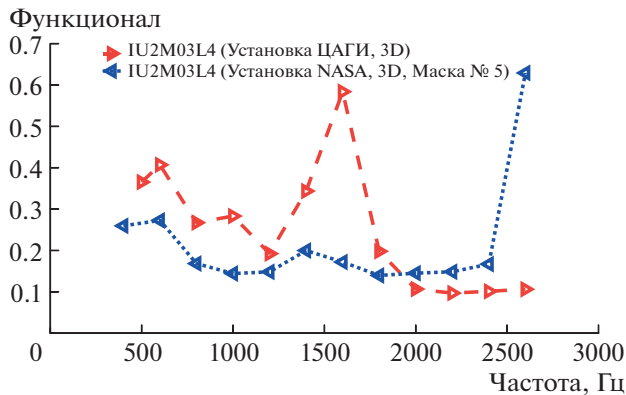


Рис. 20. Сравнение значений функционала для установок ЦАГИ и NASA GFIT (маска микрофонов № 5), соответствующих трехмерной (3D) геометрии канала.

этого максимума, вероятнее всего, являются или конструктивные особенности установки ЦАГИ, или использование различных моделей для описания профиля в каналах установки “Интерферометр с потоком” ЦАГИ и NASA GFIT.

Также следует отметить тот факт, что установка NASA GFIT имеет большую длину, и для ее корректного описания необходимо использовать большее число конечных элементов, чем для установки ЦАГИ. А это играет важную роль при использовании трехмерного МКЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа выполнена в рамках решения Задачи № 1 (Challenge 1), сформулированной по Теме № 1 (Acoustic Liner) международного кооперативного проекта IFAR (International Forum for Aviation Research), которая посвящена сравнению различных подходов к извлечению импеданса ЗПК на установках типа “Интерферометр с потоком”.

Проведено исследование проблемы извлечения импеданса на установках ЦАГИ и NASA типа “Интерферометр с потоком” при наличии и отсутствии воздушного потока. Для извлечения импеданса используется метод конечных элементов для двумерной и трехмерной геометрии канала. Проводится сравнение полученных с помощью МКЭ значений импеданса со значениями, полученными NASA методами Прони и КУГ. Также для установки NASA рассмотрено влияние числа и размещения микрофонов в установке на величину извлекаемого импеданса.

Результаты проведенных исследований показали, что использование различных микрофонов приводит к несколько отличным значениям импеданса как для двумерной, так и для трехмерной геометрии канала. Выявлено, что при отсутствии потока в канале извлечение импеданса, выполня-

емое с использованием двумерной и трехмерной геометрий канала установки “Интерферометр с потоком”, приводит к количественно близким результатам, причем значения импеданса, полученные для установок ЦАГИ и NASA, близки друг к другу.

При наличии потока в канале имеет место различие для значений импеданса, получаемых с помощью двумерной и трехмерной геометрий канала. Анализ двумерной геометрии канала показал, что ее использование для проблемы извлечения импеданса обладает высокой чувствительностью к скорости потока.

Сравнение извлеченных значений импеданса, полученного на различных установках и различными методами при наличии воздушного потока, показало зависимость значений действительной и мнимой частей импеданса от метода извлечения и частоты.

Анализ результатов работы показывает необходимость организации дополнительно валидационного экспериментального исследования, в котором независимым способом может быть подтвержден или опровергнут тот или иной метод извлечения импеданса ЗПК в зависимости от скорости потока. Например, такое исследование может быть основано на измерении характеристик затухания звуковых мод в цилиндрическом канале с потоком, облицованным ЗПК, импеданс которых извлечен на установке типа “Интерферометр с потоком” тем или иным способом.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность Майку Дж. Джонсу (M.G. Jones) за обсуждение результатов работы, а также предоставленные экспериментальные данные, выполненные коллективом NASA.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016) на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Busse-Gerstengarbe S., Bake F., Enghardt L. Comparative Study of Impedance Eduction Methods. Pt 1: DLR Tests and Methodology // AIAA Paper 2013–2124, 2013.
2. Jones M.G., Watson W.R., Howerton B.M., Busse-Gerstengarbe S. Comparative Study of Impedance Eduction Methods, Part 2: NASA Tests and Methodology // AIAA Paper 2013–2125, 2013.

3. *Primus J., Piot E., Simon F., Jones M.G., Watson W.R.* ONERA-NASA Cooperative Effort on Liner Impedance Eduction // AIAA Paper 2013–2273, 2013.
4. *Watson W.R., Jones M.G.* A Comparative Study of Four Impedance Eduction Methodologies Using Several Test Liners // AIAA Paper 2013–2274, 2013.
5. *Соболев А.Ф., Остриков Н.Н., Аношкин А.Н., Пальчиковский В.В., Бурдаков Р.В., Ипатов М.С., Остроумов М.Н., Яковец М.А.* Сравнение импеданса ЗПК, полученного по результатам измерений на двух различных установках с использованием малого числа микрофонов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2016. № 2 (45). С. 89–113.
6. *Jones M.G., Nark D.M., Howerton B.M.* Overview of Liner Activities in Support of the International Forum for Aviation Research // AIAA Paper 2019-2599, 2019.
7. *Jones M.G., Nark D.M., Howerton B.M., Watson W.R.* Uniform and Multizone Liner Results for the International Forum for Aviation Research // AIAA Paper 2020–2533, 2020.
8. *Denisov S., Ostrikov N., Yakovets M., Ipatov M.* Investigation of Sound Propagation in Rectangular Duct with Transversally Non-uniform Flow and Anisotropic Wall Impedance by Asymptotic Theory and 3D Finite Element Method // AIAA Paper, 2019–2640, 2019.
9. *Ostrikov N., Yakovets M., Denisov S., Ipatov M.* Experimental Investigation of Mean Flow Profile Effects on Impedance Eduction for Multi-Segment Liners // AIAA Paper 2019-2638, 2019.
10. *Kopiev V., Ostrikov N., Denisov S., Yakovets M., Ipatov M.* Experimental investigation of mean flow profile effects on impedance eduction // 50th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, INTER-NOISE 2021, 1–5 August 2021, Washington, DC.
11. *Nark D.M., Jones M.G., Piot E.* Assessment of Axial Wave Number and Mean Flow Uncertainty on Acoustic Liner Impedance Eduction // AIAA Paper 2018–3444, 2018.
12. *Parrott T.L., Jones M.G.* Assessment of NASA’s Aircraft Noise Prediction Capability, Chapter 6: Uncertainty in Acoustic Liner Impedance Measurement and Prediction // July 2012, NASA TP 2012–215653.
13. *Tam C.K.W., Pastushenko N.N., Jones M.G., Watson W.R.* Experimental Validation of Numerical Simulations For an Acoustic Liner in Grazing flow: Self-noise and Added Drag // J. Sound Vib. 2014. V. 333 (13). P. 2831–2854.

A COMPARATIVE INVESTIGATIONS OF IMPEDANCE EDUCING METHODS ON VARIOUS INSTALLATIONS OF THE “INTERFEROMETER WITH FLOW” TYPE, PERFORMED BASED ON THE EXPERIMENTAL DATA ANALYSIS OBTAINED WITHIN THE FRAMEWORK OF THE IFAR PROJECT

V. F. Kopiev^a, N. N. Ostrikov^a, S. L. Denisov^a, M. A. Yakovets^a, and M. S. Ipatov^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

This paper deal with the discussing of comparative studies results of various methods for liners (sound absorption structures) impedance educing based on the measurements performed for a various installations of the “Interferometer with flow” type. Classical single-layer liner was used as the studied samples. Impedance educing was carried out both in the absence and in the presence of the air flow. The dependence of the educed impedance values on the number of microphones used and their position, both in the presence of air flow and in its absence, is revealed. Comparison of the educed impedance values obtained at various installations and by various methods in the presence of an air flow showed the dependence of the real and imaginary parts of the impedance on the extraction method and frequency.

Keywords: liners, interferometer with the flow, impedance educing

УДК 534.2

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПОТОКА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ МОД В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С ЖЕСТКИМИ СТЕНКАМИ

© 2022 г. Н. Н. Остриков^{1,*}

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Работа посвящена теоретическому исследованию особенностей распространения звука в цилиндрическом канале с жесткими стенками при наличии потока с тонким пограничным слоем. Получено равномерно пригодное асимптотическое решение уравнения Придмора–Брауна, описывающего распространение звуковых мод в рассмотренной модельной ситуации при условии малой толщины пограничного слоя. Показано, что пограничный слой может оказывать существенное влияние на осевые волновые числа распространяющихся звуковых мод, и этот эффект усиливается с ростом частоты. При этом для отдельных звуковых мод, находящихся вблизи условия отсечки, может иметь место эффект конечного порядка: звуковая мода, распространяющаяся в однородном потоке без затухания, может стать затухающей при наличии тонкого пограничного слоя.

Ключевые слова: кольцевой канал, распространение звука в потоках, пограничный слой, звукопоглощающие конструкции

DOI: 10.31857/S268674002205011X

ВВЕДЕНИЕ

Задача распространения звука в каналах с потоком находит применение при разработке звукопоглощающих конструкций (ЗПК) для каналов современных авиадвигателей. Звук распространяется по таким каналам в виде суперпозиции так называемых вращающихся звуковых мод. Если стенки канала облицованы ЗПК, характеризующимися некоторым комплексным значением импеданса, то на каждой частоте каждая распространяющаяся звуковая мода приобретает индивидуальное затухание. Варьируя импеданс ЗПК, необходимо добиться наибольшего суммарного затухания всей совокупности звуковых мод, распространяющихся в канале двигателя. Решение такой оптимизационной задачи требует знания модального состава звукового поля, т.е. распределения амплитуд между различными звуковыми модами, генерируемыми вентилятором в каналах двигателя с жесткими стенками (при отсутствии

ЗПК). В целом прикладная задача поиска оптимальных значений импеданса ЗПК для стенок каналов двигателя основывается на решении ряда задач о распространении звука в каналах с потоком при наличии жестких и импедансных стенок.

Поскольку в каналах двигателей, имеющих достаточно сложную форму, течет неоднородный поток, и на каждой частоте распространяется несколько тысяч звуковых мод, а интересующий диапазон частот достаточно широк, то решение оптимизационных задач о распространении звука в неоднородных потоках, в которых необходимо варьировать граничные условия, оказывается затруднительным даже на современных компьютерах. Поэтому для поиска физических эффектов, которые могут быть реализованы на практике, используют решения модельных задач с различным набором упрощающих предположений. До настоящего времени наиболее употребляемым было предположение об осевой однородности формы сечения канала при наличии однородности потока. Однако в экспериментальном исследовании процесса излучения звука из канала, выполненном в заглушенной камере АК-2 на маломасштабной модели воздухозаборника, было явно продемонстрировано влияние неоднородности потока на диаграмму направленности излучения [1]. Далее, в экспериментальном исследо-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: nikolay.ostrikov@tsagi.ru

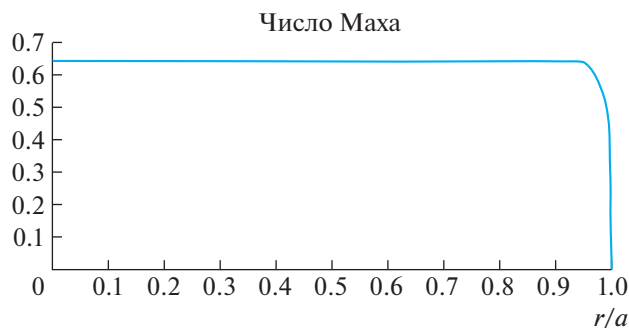


Рис. 1. Профиль скорости в сечении цилиндрического канала воздухозаборника.

вании зависимости импеданса ЗПК от скорости потока, выполненном на установке “Интерферометр с потоком”, имеющей прямоугольную форму сечения канала, в двух типах сборки (лабораторная сборка и сборка в условиях заглушенной камеры АК-2) были получены результаты, которые не могли быть объяснены с помощью стандартных математических моделей, опирающихся на предположение об однородности потока в канале установки, даже в самом простом случае жестких стенок канала [2]. Анализ этих результатов показал, что при описании процесса распространения звука в канале установки необходимо учитывать фактор неоднородности потока, и в работе [3] на основе решений уравнения Придмора–Брауна [4] был развит асимптотический метод описания процесса распространения звука в прямоугольном канале при наличии произвольного трехмерного плоскопараллельного потока, который позволил объяснить результаты экспериментов работы [2].

Способ получения асимптотического решения уравнения Придмора–Брауна в работе [3] базировался на методах, разработанных в работах [5–7] для описания волн неустойчивости, развивающихся в слое смешения слабо не осесимметричных струй. При этом был использован уточненный метод, представленный в работе [7], который основан на решении секулярного уравнения, обычно используемого в квантовой механике, если рассматривается задача устранения вырождения собственных решений в невозмущенном состоянии. Преимуществом данного метода является возможность описания всех видов резонансов в рамках равномерного асимптотического разложения. При этом под равномерностью для асимптотического решения понимается его применимость независимо от расстояния между собственными значениями невозмущенной задачи, включая случаи их слияния (резонансов).

Применение уравнения Придмора–Брауна в задачах распространения звука в каналах с неоднородным потоком имеет обширную историю

[8, 9]. Это уравнение, записанное только относительно возмущенного давления, является следствием линеаризованных уравнений Эйлера в случае плоскопараллельного основного потока и описывает как процесс распространения звуковых возмущений, так и гидродинамических возмущений, включая процесс их взаимодействия.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию влияния пограничного слоя в потоке на процесс распространения звуковых мод в цилиндрическом канале с жесткими стенками. Рассматривается модель плоскопараллельного потока в канале, в котором возмущенное движение описывается уравнением Придмора–Брауна. Для определения собственных решений этого уравнения в работе используется асимптотический метод, развитый в работе [3] для канала с прямоугольным сечением. При этом в работе [3] при построении асимптотического решения в качестве невозмущенного состояния рассматривался случай отсутствия потока, а малым параметром выступало число Маха потока. С точки зрения приложений к задаче, например, определения модального состава звукового поля для натуральных двигателей, для которых канал воздухозаборника имеет большой радиус, а число Маха потока может превышать $M = 0.6$, выбирать в качестве малого параметра асимптотического решения число Маха нецелесообразно. Поэтому в качестве невозмущенного состояния рассматривается случай однородного потока в канале с произвольным дозвуковым числом Маха M_0 ($M_0 < 1$). При этом в качестве малого параметра рассматривается отклонение поля скорости потока от однородного (конкретный вид малого параметра представлен ниже в соотношении (18)) при постоянстве скорости звука c . Адекватность выбора малого параметра подтверждает рис. 1, на котором представлен реалистичный профиль осевой скорости (число Маха) в цилиндрической части канала воздухозаборника от безразмерного радиуса, в котором пограничный слой имеет толщину порядка 6% от радиуса канала a .

Кроме этого, необходимо обратить внимание на следующую особенность. В работе [3] строится равномерно пригодное сингулярное асимптотическое решение задачи на собственные значения, что обусловлено возможностью слияния собственных решений в невозмущенном случае из-за присутствия одной импедансной стенки в прямоугольном канале. В настоящей работе рассматривается случай жесткой стенки в цилиндрическом канале, для которого отсутствует слияние звуковых мод в невозмущенном случае, т.е. при распространении звуковых мод в однородном потоке. Поэтому, казалось бы, можно в данном случае применить упрощенный метод построения асимптотического решения, соответствующий регулярному случаю.

Однако можно показать, что регулярное асимптотическое решение будет несправедливо для возмущения звуковых мод, находящихся вблизи условия отсечки. Таким образом, в настоящей работе, как и в работе [3], строится равномерно пригодное сингулярное асимптотическое решение задачи на собственные значения.

Заметим, что рассмотрение в настоящей работе только случая жестких стенок цилиндрического канала является принципиальным ограничением, поскольку в случае импедансных стенок нарушается ортогональность звуковых мод в главном приближении. Тем не менее метод, развитый в настоящей работе, может быть применен и в случае импедансных стенок, но при этом процедура получения решения несколько изменится. Поскольку задача распространения звука в каналах с жесткими стенками имеет самостоятельное значение, то поэтому случай импедансных стенок канала будет рассмотрен и подробно исследован в следующих публикациях.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бесконечный цилиндрический канал радиуса a . Введем цилиндрическую систему безразмерных координат (r, φ, x) , нормированных на радиус канала. Пусть в канале имеется осесимметричный плоскопараллельный поток с числом Маха вида $M(r) = M_0 + \delta M(r)$, причем следующая величина является малой:

$$\langle \delta M(r) \rangle = \frac{1}{\pi} \iint \delta M(r) dS = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \delta M(r) r dr d\varphi \ll 1. \quad (1)$$

В данном случае величина $\delta M(r)$ описывает пограничный слой в потоке, т.е. она отлична от нуля только в небольшой области вблизи стенки канала. Поэтому требование малости величины (1) означает требование малости толщины пограничного слоя по отношению к радиусу канала.

На стенках предполагается выполнение условия прилипания основного потока:

$$M(r)|_{r=1} = 0. \quad (2)$$

При отсутствии зависимости поля скорости от осевой координаты x собственное решение линеаризованных уравнений Эйлера для возмущенно-го давления имеет вид

$$p(r, \varphi, x, t) = p(r, \varphi) e^{ik_x x - i\omega t}, \quad (3)$$

где ω — круговая частота, k_x — безразмерное осевое волновое число, являющееся собственным значением. При этом поле $p(r, \varphi)$ удовлетворяет уравнению Придмора—Брауна, которое может быть записано в безразмерном виде [3]:

$$\hat{L}[p] \equiv \Delta p - \nabla \ln \left(k - \frac{k_x}{k} M(r) \right)^2 \cdot \nabla p + [(k - k_x M(r))^2 - k_x^2] p = 0, \quad (4)$$

где $k = \omega a/c$ — безразмерное главное волновое число,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi, \quad \Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (5)$$

В случае жестких стенок канала давление $p(r, \varphi)$ удовлетворяет следующему граничному условию:

$$\left. \frac{\partial p(r, \varphi)}{\partial r} \right|_{r=1} = 0. \quad (6)$$

Таким образом, ставится задача определения собственных решений и собственных значений k_x уравнения (4) с граничным условием вида (6) в условиях малой толщины пограничного слоя по отношению к радиусу канала.

Решение указанной задачи будет производиться асимптотическими методами. Поэтому в первую очередь необходимо описать главное приближение, в качестве которого будет выступать однородный поток.

Если поток в канале однороден, т.е. $\delta M(r) = 0$, то уравнение (4) переходит в уравнение Гельмгольца, нормированные собственные решения которого для граничного условия (6) имеют следующий вид:

$$p(r, \varphi) = v_{m,n}(r, \varphi) = \frac{J_m(\eta_{m,n} r)}{J_m(\eta_{m,n})} e^{im\varphi}, \quad (7)$$

$$k_x = \zeta_{m,n}^{(0)} = \frac{-k M_0 \pm \sqrt{k^2 - \eta_{m,n}^2 (1 - M_0^2)}}{1 - M_0^2}, \quad (8)$$

где $\eta_{m,n}$ — радиальные волновые числа, зависящие от азимутального и радиального чисел m и n и являющиеся корнями производной функции Бесселя

$$J'_m(\eta_{m,n}) = 0. \quad (9)$$

Собственные функции $v_{m,n}(r, \varphi)$ удовлетворяют следующему условию ортогональности:

$$\langle v_{m_1, n_1}^*(r, \varphi) \cdot v_{m_2, n_2}(r, \varphi) \rangle = N_{m_1, n_1} \delta_{m_1, m_2} \delta_{n_1, n_2}, \quad (10)$$

где δ_{m_1, m_2} — символ Кронекера, звездочка обозначает комплексное сопряжение,

$$N_{m,n} = \begin{cases} 1 - \frac{m^2}{\eta_{m,n}^2} & \text{при } m \neq 0 \text{ или } n \neq 0, \\ 1 & \text{при } m = 0 \text{ и } n = 0. \end{cases}$$

Перейдем теперь к рассмотрению постановки задачи о возмущении главного приближения.

Так как величина $\delta M(r)$ не зависит от азимутального угла, то собственные решения уравнения (4) могут быть представлены в виде разложения по собственным функциям $v_{m,n}(r, \varphi)$ при каждом фиксированном азимутальном числе m :

$$p(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{m,n} v_{m,n}(r, \varphi). \quad (11)$$

Заметим, что выражение (11) автоматически удовлетворяет граничному условию (6) в силу свойств функций (7). Подставляя разложение (11) в уравнение (4), умножая обе части уравнения на

$v_{m,n}^*(r, \varphi)$ и интегрируя по сечению канала, получим бесконечную систему уравнений относительно неизвестных амплитудных коэффициентов $C_{m,n}$ и осевого волнового числа k_x :

$$\sum_{n=0}^{\infty} W_{n_1,n}(k_x, \delta M(r)) C_{m,n} = 0, \quad (12)$$

где

$$W_{n_1,n}(k_x, \delta M(r)) = \langle \hat{L}[v_{m,n}(r, \varphi)] \cdot v_{m,n}^*(r, \varphi) \rangle. \quad (13)$$

Используя обозначения работ [3, 5–7], запишем систему уравнений в матричной форме:

$$\mathbf{W}(k_x, \delta M(r)) \mathbf{q} = 0, \quad (14)$$

где бесконечномерный вектор \mathbf{q} составлен из неизвестных амплитудных коэффициентов $C_{m,n}$, т.е. компонента вектора \mathbf{q} с номером n имеет вид $(\mathbf{q})_n = C_{m,n}$.

Заметим, что система уравнений (14) эквивалентна основному уравнению (4).

Бесконечномерная матрица $\mathbf{W}(k_x, \delta M(r))$ (13) после некоторых преобразований может быть представлена в виде суммы двух матриц:

$$\mathbf{W}(k_x, \delta M(r)) = \mathbf{W}^{(0)}(k_x) + \delta \mathbf{W}(k_x, \delta M(r)), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{n_1,n}^{(0)} &= ((k - k_x M_0)^2 - k_x^2 - \eta_{m,n}^2) \times \\ &\times \langle v_{m,n_1}^*(r, \varphi) \cdot v_{m,n}(r, \varphi) \rangle = \\ &= ((k - k_x M_0)^2 - k_x^2 - \eta_{m,n}^2) N_{m,n} \delta_{n_1,n} \equiv D_n(k_x) \delta_{n_1,n}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{W}_{n_1,n} &= \langle f(k_x, \delta M(r)) \cdot \text{div}(v_{m,n_1}^*(r, \varphi) \cdot \nabla v_{m,n}(r, \varphi)) \rangle - \\ &- \langle k_x \delta M(r) (2k + k_x (2M_0 + \delta M(r))) \times \\ &\times v_{m,n_1}^*(r, \varphi) \cdot v_{m,n}(r, \varphi) \rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$f(k_x, \delta M(r)) = \ln \left(1 - \frac{k_x \delta M(r)}{1 - \frac{k_x}{k} M_0} \right)^2.$$

В разложении (15) матрица $\mathbf{W}^{(0)}(k_x)$ не зависит от $\delta M(r)$, а $\delta \mathbf{W}(k_x, \delta M(r)) = 0$ при $\delta M(r) = 0$. Анализ выражения (17) показывает, что при выполнении условия (1), а также вследствие $k_x \sim k$, малым параметром задачи о возмущении является величина

$$\varepsilon = 2k^2 \langle \delta M(r) \rangle \ll 1. \quad (18)$$

Заметим, что малый параметр (18) явно зависит от частоты звука, и его значение квадратично возрастает с ростом частоты.

Система (14) имеет нетривиальное решение относительно амплитуд \mathbf{q} только при неизвестных собственных значениях осевого волнового числа k_x . В случае главного приближения, когда $\delta M(r) = 0$, имеет место равенство $\mathbf{W}(k_x, \delta M(r)) = \mathbf{W}^{(0)}(k_x)$, и система (14) имеет для каждого азимутального числа m решения вида

$$(\mathbf{q}_{n_0}^{(0)})_n = \delta_{n_0 n}, \quad k_x = \zeta_{m,n_0}^{(0)}. \quad (19)$$

Это означает, что в главном приближении собственные решения системы (14) имеют форму (7) и (8).

В случае $\delta M(r) \neq 0$ и при выполнении условия (18) решения (19) системы уравнений (14) получают некоторые поправки. Задача состоит в том, чтобы найти эти поправки за счет неоднородности потока.

Согласно методу, развитому в работах [3, 7], собственные решения для каждого азимутального и радиального чисел m и n_0 ищутся в виде

$$k_x = \zeta_{m,n_0}^{(0)} + \zeta^{(1)}(\delta M(r)), \quad (20)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{n_0}^{(0)} + \mathbf{q}^{(1)}, \quad (21)$$

где $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$ – искомая поправка к осевому волновому числу $\zeta_{m,n_0}^{(0)}$, которая должна удовлетворять условию

$$\zeta^{(1)}(\delta M(r)) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0. \quad (22)$$

Заметим, что при поиске асимптотического решения малость поправки $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$ по отношению к волновому числу $\zeta_{m,n_0}^{(0)}$ не предполагается, поскольку вблизи частоты отсечки осевое волновое число $\zeta_{m,n_0}^{(0)}$ (8) приобретает малое значение, хотя требование (22) должно выполняться в любом случае. Поправка $\mathbf{q}^{(1)}$ к амплитудным коэффициентам $\mathbf{q}_{n_0}^{(0)}$ также должна обладать свойством (22) и, кроме этого, удовлетворять условию $(\mathbf{q}^{(1)})_{n_0} = 0$, которое определяет нормировку амплитудных коэффициентов, в которой $C_{m,n_0} = 1$, хотя в исходно

поставленной задаче эти коэффициенты заданы с точностью до произвольного множителя.

Таким образом, основная задача теперь состоит в определении поправок $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$ и $\mathbf{q}^{(1)}$.

2. ПРОЦЕДУРА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ

Указанные выше особенности показывают, что для определения поправок к главному приближению необходимо применить процедуру получения равномерно пригодных асимптотических решений, развитую в работах [3, 7]. В настоящем разделе представлены преобразования системы уравнений (14) к виду, который позволяет удобно получать равномерно пригодное асимптотическое решение. Заметим, что в этих преобразованиях малость величины (18) не используется, т.е. преобразования являются равносильными.

Используя представления (15), (20) и (21), уравнение (14) можно переписать в следующем виде:

$$(\mathbf{W}^{(0)} + \delta\mathbf{W})\mathbf{q}^{(1)} + [\Delta^{(1)}(\mathbf{W}^{(0)} + \delta\mathbf{W})\mathbf{q}_{n_0}^{(0)}]\zeta^{(1)} = -\xi. \quad (23)$$

Здесь и далее используются следующие обозначения для любой функции $f(k_x)$ от волнового числа

$$k_x: f_0 = f(\zeta_{m,n_0}^{(0)}), \Delta f = f - f_0, \Delta^{(1)}f = \frac{\Delta f}{k_x - \zeta_{m,n_0}^{(0)}} = \frac{\Delta f}{\zeta^{(1)}}.$$

Также введено следующее обозначение:

$$\xi = \delta\mathbf{W}_0\mathbf{q}_{n_0}^{(0)}. \quad (24)$$

Кроме этого, для вывода уравнения (23) использовано следующее равенство:

$$\mathbf{W}_0^{(0)}\mathbf{q}_{n_0}^{(0)} = 0. \quad (25)$$

Так как компонента n_0 искомого вектора $\mathbf{q}^{(1)}$ принимается равной нулю, то неизвестное значение $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$ может быть вставлено вместо этой компоненты. Определим модифицированный бесконечный вектор $\hat{\mathbf{q}}^{(1)}$ следующим образом:

$$(\hat{\mathbf{q}}^{(1)})_n = \begin{cases} (\mathbf{q}^{(1)})_n & \text{при } n \neq n_0, \\ \zeta^{(1)} & \text{при } n = n_0. \end{cases} \quad (26)$$

Введем матрицу $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\zeta_{n_0}^{(0)} + \zeta^{(1)}, \delta M(r))$ со следующими элементами:

$$\mathbf{U}_{nn} = \begin{cases} \mathbf{W}_{nn} & \text{при } n \neq n_0, \\ (\Psi)_{n_1} & \text{при } n = n_0, \end{cases} \quad (27)$$

где введен следующий бесконечный вектор:

$$\Psi = \Delta^{(1)}(\mathbf{W}^{(0)} + \delta\mathbf{W})\mathbf{q}_{n_0}^{(0)} = (\Delta^{(1)}\mathbf{W})\mathbf{q}_{n_0}^{(0)}. \quad (28)$$

В результате уравнение (23) может быть представлено в следующей компактной форме:

$$\mathbf{U}\hat{\mathbf{q}}^{(1)} = -\xi. \quad (29)$$

Решение этого уравнения можно записать с помощью обратной матрицы:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(1)} = -\mathbf{U}^{-1}\xi. \quad (30)$$

Согласно определению модифицированного вектора $\hat{\mathbf{q}}^{(1)}$ (26), выражение (30) можно записать для отдельных компонент следующим образом:

$$C_{m,n} = -(\mathbf{U}^{-1}\xi)_n \quad \text{при } n \neq n_0, \quad (31)$$

$$\zeta^{(1)} = -(\mathbf{U}^{-1}\xi)_{n_0}. \quad (32)$$

Выражение (32) зависит только от неизвестной поправки $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$ и представляет модифицированный вид дисперсионного соотношения для задачи на собственные значения. Это уравнение должно решаться первым относительно $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$, а затем полученное значение подставляется в выражения (31), из которых определяются неизвестные амплитудные коэффициенты $C_{m,n}$ при $n \neq n_0$. Заметим, что согласно выбранной нормировке $C_{m,n_0} = 1$.

Важно отметить, что выражения (31) и (32) представляют собой точное следствие уравнения (14) и выведены без каких-либо дополнительных допущений.

3. ВЫВОД АСИМПТОТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Построим теперь асимптотическую процедуру решения дисперсионного уравнения (32) относительно малого числа ϵ (18), ограничившись рассмотрением только первых двух приближений.

Так как бесконечный вектор ξ (24) имеет порядок малости $O(\epsilon)$, то для поиска поправки $\zeta^{(1)}$ в первом приближении можно использовать непосредственно уравнение (32). Действительно, если пренебречь поправкой $\zeta^{(1)}$ в выражении (27) для матрицы $\mathbf{U} = \mathbf{U}(\zeta_{n_0}^{(0)} + \zeta^{(1)}, \delta M(r))$, то уравнение (32) приобретет вид $\zeta^{(1)} = -(\mathbf{U}^{-1}(\zeta_{n_0}^{(0)}, \delta M(r))\xi)_{n_0}$, т.е. непосредственно даст решение для поправки $\zeta^{(1)}$, имеющее порядок малости $O(\epsilon)$. Такой подход приводит к отличному результату в случае отсутствия слияния корней в главном приближении или других резонансных ситуаций. К сожалению, в нашем случае такой подход не годится из-за присутствия резонансных случаев вблизи условия отсечки. С математической точки зрения, поправка $\zeta^{(1)}$ не может быть корректно определена только правой частью выражения (32), когда величина $\partial(\mathbf{U}^{-1}(\zeta_{n_0}^{(0)}, \delta M(r))\xi)_{n_0} / \partial k_x$ имеет значение на несколько порядков больше, чем величина

$(\mathbf{U}^{-1}(\zeta_{n_0}^{(0)}, \delta M(r))\xi)_{n_0}$. Эта особенность как раз появляется в резонансных случаях, и поэтому для решения уравнения (32) должна быть использована теория сингулярных возмущений.

Для того чтобы получить равномерно пригодное асимптотическое решение уравнения (32), необходимо использовать следующее разложение для матрицы (27):

$$\mathbf{U}(k_x, \delta M(r)) = \mathbf{U}^{(0)}(k_x) + \delta \mathbf{U}(k_x, \delta M(r)), \quad (33)$$

причем $\|\delta \mathbf{U}\| \ll \|\mathbf{U}^{(0)}\|$.

Как правило, в матрице $\mathbf{U}^{(0)}$ необходимо собрать все элементы матрицы \mathbf{U} , которые остаются конечными, когда малый параметр стремится к нулю, а в матрице $\delta \mathbf{U}$ необходимо собрать все элементы матрицы \mathbf{U} , которые стремятся к нулю при стремлении к нулю малого параметра. В нашем случае это правило приводит к разложению следующего вида:

$$\mathbf{U}_{n_n}^{(0)} = \begin{cases} \mathbf{W}_{n_n}^{(0)} & \text{при } n \neq n_0, \\ (\boldsymbol{\psi}^{(0)})_{n_1} & \text{при } n = n_0. \end{cases} \quad (34)$$

$$\delta \mathbf{U}_{n_n} = \begin{cases} \delta \mathbf{W}_{n_n} & \text{при } n \neq n_0, \\ (\delta \boldsymbol{\psi})_{n_1} & \text{при } n = n_0, \end{cases} \quad (35)$$

где используются обозначения (15)–(17) и введены следующие бесконечные векторы:

$$\boldsymbol{\psi}^{(0)} = \Delta^{(1)} \mathbf{W}^{(0)} \mathbf{q}_{n_0}^{(0)}, \quad (36)$$

$$\delta \boldsymbol{\psi} = (\Delta^{(1)} \delta \mathbf{W}) \mathbf{q}_{n_0}^{(0)}. \quad (37)$$

Заметим, что в силу выражений (16) и (19) матрица $\mathbf{U}^{(0)}$ является диагональной:

$$\mathbf{U}_{n_n}^{(0)} = \hat{D}_n(k_x) \delta_{n,n}, \quad (38)$$

где

$$\hat{D}_n^{(0)} = \begin{cases} D_n & \text{при } n \neq n_0, \\ \Delta^{(1)} D_{n_0} & \text{при } n = n_0. \end{cases} \quad (39)$$

В силу представления (33) и условия $\|\delta \mathbf{U}\| = O(\epsilon)$ обратная матрица \mathbf{U}^{-1} может быть разложена по малому параметру ϵ следующим образом:

$$\mathbf{U}^{-1} = (\mathbf{U}^{(0)} + \delta \mathbf{U})^{-1} = (\mathbf{U}^{(0)})^{-1} - (\mathbf{U}^{(0)})^{-1} \delta \mathbf{U} (\mathbf{U}^{(0)})^{-1} + ((\mathbf{U}^{(0)})^{-1} \delta \mathbf{U})^2 (\mathbf{U}^{(0)})^{-1} + O(\epsilon^3). \quad (40)$$

Так как $\xi = O(\epsilon)$, то использование разложения (40) приводит к следующему виду уравнения (32) с учетом членов $O(\epsilon^2)$:

$$\zeta^{(1)} = -[(\mathbf{U}^{(0)})^{-1} \cdot \xi]_{n_0} + [[(\mathbf{U}^{(0)})^{-1} \delta \mathbf{U} (\mathbf{U}^{(0)})^{-1} \cdot \xi]_{n_0} + O(\epsilon^3)]. \quad (41)$$

При использовании всей совокупности выражений (15)–(17), (19), (34)–(39) уравнение (41) приобретает следующую аналитическую форму:

$$\begin{aligned} \zeta^{(1)} = & -\frac{(\delta \mathbf{W}_0)_{n_0 n_0}}{\Delta^{(1)} D_{n_0}} + \frac{(\Delta^{(1)} \delta \mathbf{W}_{n_0 n_0})(\delta \mathbf{W}_0)_{n_0 n_0}}{(\Delta^{(1)} D_{n_0})^2} + \\ & + \sum_{n \neq n_0} \frac{\delta \mathbf{W}_{n_0 n} (\delta \mathbf{W}_0)_{nn_0}}{(\Delta^{(1)} D_{n_0}) D_n} - \frac{(\delta \mathbf{W}_0)_{n_0 n_0}}{(\Delta^{(1)} D_{n_0})^2} \times \\ & \times \left[\sum_{n \neq n_0} \frac{\delta \mathbf{W}_{n_0 n} (\Delta^{(1)} \delta \mathbf{W}_{nn_0})}{D_n} + \frac{(\Delta^{(1)} \delta \mathbf{W}_{n_0 n_0})^2}{\Delta^{(1)} D_{n_0}} \right] - \\ & - \sum_{n \neq n_0} \frac{(\delta \mathbf{W}_0)_{nn_0}}{(\Delta^{(1)} D_{n_0}) D_n} \left[\sum_{n_1 \neq n_0} \frac{\delta \mathbf{W}_{n_0 n_1} \delta \mathbf{W}_{n_1 n}}{D_{n_1}} + \right. \\ & \left. + \frac{(\Delta^{(1)} \delta \mathbf{W}_{n_0 n_0}) \delta \mathbf{W}_{n_0 n}}{(\Delta^{(1)} D_{n_0}) D_n} \right] + O(\epsilon^3). \end{aligned} \quad (42)$$

Будем искать решение уравнения (42) для поправки $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$ в виде разложения

$$\zeta^{(1)}(\delta M(r)) = \zeta^{(1,0)} + \delta \zeta, \quad (43)$$

где $\zeta^{(1,0)}$ – первое приближение, для поиска которого в правой части уравнения оставляются только члены порядка $O(\epsilon)$, а $\delta \zeta$ – второе приближение, для поиска которого в правой части уравнения оставляются только члены порядка $O(\epsilon)$ и $O(\epsilon^2)$.

В первом приближении уравнение (42) приобретает следующий вид:

$$\zeta^{(1,0)} = \frac{\delta \mathbf{W}_{n_0 n_0}(\zeta_{mn_0}^{(0)}, \delta M(r))}{(2(kM_0 + (1 - M_0^2)\zeta_{mn_0}^{(0)}) + (1 - M_0^2)\zeta^{(1,0)})N_{mn_0}}. \quad (44)$$

С учетом выражения (8) видно, что пренебречь в знаменателе правой части членом, содержащим поправку $\zeta^{(1,0)}$, нельзя, если мода с числами m и n_0 находится вблизи условия отсечки. Из уравнения (44) следует, что поправка $\zeta^{(1,0)}$ удовлетворяет квадратному уравнению.

$$(\zeta^{(1,0)})^2 + 2P\zeta^{(1,0)} + Q = 0, \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned} P = & \frac{kM_0 + (1 - M_0^2)\zeta_{mn_0}^{(0)}}{1 - M_0^2}, \\ Q = & -\frac{\delta \mathbf{W}_{n_0 n_0}(\zeta_{mn_0}^{(0)}, \delta M(r))}{(1 - M_0^2)N_{mn_0}}. \end{aligned} \quad (46)$$

Решение уравнения (45) имеет вид

$$\zeta^{(1,0)} = -P \pm \sqrt{P^2 - Q}, \quad (47)$$

где знак перед корнем выбирается исходя из удовлетворения условию (22). Аналитический способ

такого выбора знака, исходя из знания комплексных величин P и Q , можно найти в работе [7].

Заметим, что согласно выражению (17) $Q = O(\varepsilon)$, а величина P согласно выражению (8), варьируется в широких пределах. Если $P = O(1)$, то согласно (26) $\zeta^{(1,0)} = O(\varepsilon)$. Однако если $P = O(\sqrt{\varepsilon})$, что имеет место для звуковых мод, находящихся вблизи условия отсечки, то согласно (47) $\zeta^{(1,0)} = O(\sqrt{\varepsilon})$. Таким образом, наибольшую поправку к осевым волновым числам приобретают звуковые моды, находящиеся вблизи условия отсечки.

После того как поправка $\zeta^{(1,0)}$ определена, производится вычисление поправки $\delta\zeta$. Для этого разложение (43) подставляется в аргументы выражений $\delta\mathbf{W}(\zeta^{(1)}, \delta M(r))$ и $D_n(\zeta^{(1)}, \delta M(r))$ в правой части уравнения (42), после чего производится разложение в ряд Тейлора относительно величины $\delta\zeta$ с точностью до линейного члена. В итоге для поправки $\delta\zeta$ получается линейное уравнение, решение которого имеет вид

$$\delta\zeta = \frac{B}{A}, \quad (48)$$

где

$$A = - \left[(\gamma + 2(1 - M_0^2)\zeta^{(1,0)})N_{mn_0} + \frac{\left(\frac{\partial^2 \delta\mathbf{W}_{n_0 n_0}}{\partial k_x^2} \right)_0 (\delta\mathbf{W}_0)_{n_0 n_0}}{2\Delta^{(1)} D_{n_0}(\zeta^{(1,0)})} + \frac{(1 - M_0^2)N_{mn_0} \delta\mathbf{W}_{n_0 n_0}(\zeta^{(1,0)}) (\delta\mathbf{W}_0)_{n_0 n_0}}{(\Delta^{(1)} D_{n_0}(\zeta^{(1,0)}))^2} \right], \quad (49)$$

$$B = \frac{(\Delta^{(1)} \delta\mathbf{W}_{n_0 n_0}(\zeta^{(1,0)})) (\delta\mathbf{W}_0)_{n_0 n_0}}{\Delta^{(1)} D_{n_0}(\zeta^{(1,0)})} + \sum_{n \neq n_0} \frac{(\delta\mathbf{W}_0)_{n_0 n} (\delta\mathbf{W}_0)_{n n_0}}{(D_0)_{n_0}} - \frac{(\delta\mathbf{W}_0)_{n_0 n_0} \left(\frac{\partial \delta\mathbf{W}_{n_0 n_0}}{\partial k_x} \right)_0}{(\Delta^{(1)} D_{n_0}(\zeta^{(1,0)}))^2}, \quad (50)$$

и введено обозначение $\gamma = 2(kM_0 + (1 - M_0^2)\zeta_{mn_0}^{(0)})$.

Таким образом, выражения (20), (43) и (47) являются решением задачи об определении поправок к осевым волновым числам из-за наличия в цилиндрическом канале с жесткими стенками потока с тонким пограничным слоем. Поправки к

амплитудным коэффициентам определяются из выражения (31) после подстановки решения для поправки к волновым числам $\zeta^{(1)}(\delta M(r))$. Решение относительно амплитудных коэффициентов здесь не выписывается из-за их громоздкости.

В табл. 1 представлен пример результатов расчета комплексных безразмерных значений осевых волновых чисел при распространении звука в цилиндрическом канале против потока с пограничным слоем для профиля скорости, представленного на рис. 1 при безразмерном волновом числе $k = 39.4$. Поскольку число распространяющихся без затухания звуковых мод достаточно велико на данной частоте, то представлены выборочные данные, демонстрирующие основной тренд, причем кроме распространяющихся звуковых мод представлены данные и для некоторых не распространяющихся мод в однородном потоке. В третьем и четвертом столбцах представлены соответственно реальные и мнимые части волновых чисел, вычисленных из соотношения (8) для случая однородного потока, в пятом и шестом столбцах – реальные и мнимые части поправок $\zeta^{(1,0)}$, вычисленные из соотношения (47), в седьмом и восьмом столбцах – реальные и мнимые части поправок $\delta\zeta$, вычисленные из соотношения (48), а в девятом и десятом столбцах представлены итоговые значения реальных и мнимых частей волновых чисел (20).

Результаты расчетов, представленные в табл. 1, показывают, что наличие пограничного слоя в потоке в цилиндрическом канале воздухозаборника изменяет осевое волновое число не более чем на 3%, для звуковых мод с радиальным числом $n = 0$ при любых азимутальных числах m , для которых существуют более двух распространяющихся мод с радиальными числами $n > 0$. При этих же азимутальных числах для звуковых мод с радиальными числами $n > 0$ наблюдается достаточно слабое возрастание осевых волновых чисел порядка 0.5%. Если азимутальные числа звуковых мод достаточно велики настолько, что распространяются звуковые моды только с радиальными числами $n \leq 1$, то волновые числа могут изменить свои значения, причем на достаточно большую величину порядка 12% (случай $m = 47, n = 0$).

Наиболее сильным эффектом конечного порядка является обстоятельство, что звуковая мода, распространяющаяся в канале с однородным потоком, может стать при наличии пограничного слоя в потоке не распространяющейся с достаточно приличным коэффициентом затухания. В приведенном примере это звуковые моды с числами $m = 42, n = 1$ и $m = 48, n = 0$. Заметим, что сравнение величин $|\zeta^{(1,0)}|$ и $|\delta\zeta|$ для звуковой моды с $m = 48$ и $n = 0$ показывает, что представленные в табл. 1 расчеты проведены практически на макси-

Таблица 1

m	n	$\text{Re}[\zeta_{mn_0}^{(0)}]$	$\text{Im}[\zeta_{mn_0}^{(0)}]$	$\text{Re}[\zeta^{(1,0)}]$	$\text{Im}[\zeta^{(1,0)}]$	$\text{Re}[\delta\zeta]$	$\text{Im}[\delta\zeta]$	$\text{Re}[k_x]$	$\text{Im}[k_x]$
0	0	110.9085	0	0.4302	0	1.7864	0	111.3388	0
0	17	43.478	21.8732	0.2971	-0.2239	0.0541	-0.0331	43.775	21.6493
4	0	110.5487	0	0.9778	0	1.6972	0	111.5264	0
4	7	99.4279	0	0.4339	0	0.0295	0	99.8618	0
11	0	108.7872	0	1.5315	0	1.5276	0	110.3187	0
11	4	99.696	0	0.4769	0	0.0354	0	100.1729	0
11	12	43.478	23.7495	0.3037	-0.1862	0.0557	-0.0251	43.7817	23.5632
30	0	95.7773	0	1.7925	0	0.7129	0	97.5698	0
30	3	69.7182	0	0.4925	0	0.0531	0	70.2107	0
30	4	47.7864	0	0.7784	0	0.0517	0	48.5648	0
35	0	89.5067	0	1.4461	0	0.3789	0	90.9529	0
35	2	65.0263	0	0.4117	0	0.0099	0	65.4379	0
42	0	76.7497	0	0.1958	0	-0.3331	0	76.9455	0
42	1	45.3719	0	-1.8939	4.4216	0.4267	1.2826	43.478	4.4216
47	0	60.1718	0	-3.9289	0	-2.4726	0	56.2429	0
47	1	43.478	31.3609	0.4867	0.907	0.0342	0.3789	43.9646	32.2679
48	0	53.6006	0	-10.1226	6.8948	2.0444	4.9723	43.478	6.8948

мальной частоте звука, при которой параметр ϵ (18) можно считать малой величиной.

Таким образом, влияние пограничного слоя, несмотря на его достаточно малую толщину порядка 6% по отношению к радиусу канала, может оказать конечный эффект на отдельные звуковые моды. При этом важно отметить, что значение малого параметра (18) возрастает с ростом частоты звука, и поэтому описанные эффекты усиливаются с ростом частоты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено теоретическое исследование особенностей распространения звука в цилиндрическом канале с жесткими стенками при наличии потока с тонким пограничным слоем. В качестве модели распространения звука рассмотрено уравнение Придмора–Брауна, для решения которого применен асимптотический метод, развитый в предыдущих работах. При этом в отличие от работы [3], в которой в качестве малого параметра было выбрано число Маха для задачи распространения звука в прямоугольном канале с неоднородным потоком, в настоящей работе в качестве малого параметра рассматривается отклонение поля скорости потока в цилиндрическом канале от однородного.

Показано, что несмотря на то, что в случае жесткой стенки цилиндрического канала, когда отсутствует резонансный эффект слияния звуковых мод в невозмущенном случае, т.е. при рас-

пространении звуковых мод в однородном потоке, при построении асимптотического решения уравнения Придмора–Брауна необходимо использовать сингулярную теорию возмущений из-за резонансного эффекта, возникающего для звуковых мод, находящихся вблизи условия отсечки. С учетом двух первых приближений построено равномерно пригодное асимптотическое решение для поправок к осевым волновым числам звуковых мод, возникающим из-за наличия тонкого пограничного слоя, а также найдены поправки к звуковому полю каждой звуковой моды.

Анализ полученного решения показывает, что наличие тонкого пограничного слоя оказывает на каждую частоту достаточно малое влияние на осевые волновые числа звуковых мод, которые находятся вдали от условия отсечки и имеют относительно малые азимутальные числа. Однако для больших волновых чисел, когда звуковые моды оказываются вблизи условия отсечки, волновые числа, реализующиеся в однородном потоке, получают достаточно большие поправки при наличии пограничного слоя, причем этот эффект усиливается с ростом частоты звука. При этом для некоторых звуковых мод вблизи условия отсечки может иметь место эффект конечного порядка: звуковая мода, распространяющаяся в однородном потоке без затухания, может стать достаточно сильно затухающей при наличии пограничного слоя.

Непосредственным приложением результатов настоящей работы являются алгоритмы опреде-

ления модального состава звукового поля, генерируемого вентилятором авиадвигателя в канале воздухозаборника.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016) и инициирована результатами экспериментальных исследований, выполненных на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kopiev V.F., Ostrikov N.N., Yakovets M.A., Ipatov M.S., Kruglyayeva A.E., Sidorov S.Y.* Radiation of Sound from the Open End of a Duct Simulating an Air Inlet under Static Conditions and in a Flow // *Acoust. Phys.* 2019. V. 65. P. 76–89.
2. *Ostrikov N., Yakovets M., Denisov S., Ipatov M.* Experimental Investigation of Mean Flow Profile Effects on Impedance Eduction for Multi-Segment Liners // *AIAA Paper.* 2019. № 2019–2638.
3. *Denisov S.L., Ostrikov N.N., Yakovets M.A., Ipatov M.S.* Investigation of sound propagation in rectangular duct with transversally non-uniform flow and anisotropic wall impedance by asymptotic theory and 3D finite element method // *AIAA Paper.* 2019. No. 2019–2640.
4. *Pridmore-Brown D.C.* Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct // *J. Fluid Mech.* 1958. № 4. P. 393–406.
5. *Kopiev V.F., Ostrikov N.N., Chernyshev S.A., Elliott J.W.* Aeroacoustics of supersonic jet issued from corrugated nozzle: new approach and prospects // *International Journal of Aeroacoustics.* 2004. V. 3 (3). P. 199–228.
6. *Kopiev V.F., Ostrikov N.N., Chernyshev S.A., Elliott J.W.* Aeroacoustics of supersonic jet issued from corrugated nozzle: new approach and prospects // *Jet Aeroacoustics.* Ed. by G. Raman. Multi-Science Publishing CO. LTD. 2008. P. 33–66.
7. *Kopiev V.F., Ostrikov N.N.* Axisymmetrical Instability Wave Control due to Resonance Coupling of Azimuthal Modes in High-Speed Jet Issuing from Corrugated Nozzle // *AIAA Paper.* 2012. № 2012–2144.
8. *Rienstra S.W.* Duct Modes in Shear Flow: Properties and Applications of the Pridmore-Brown Equation // 4-th International Workshop “Computational experiment in aeroacoustics”. September 21–24, 2016. Svetlogorsk, Russia. <http://ceaa.imamod.ru/2016/ceaa2016mats.html>.
9. *Rienstra S.W.* Solutions and Properties of the Pridmore-Brown Equation // *AIAA Paper.* 2019. № 2019–2594.

AN ASYMPTOTIC METHOD FOR TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF THE BOUNDARY LAYER OF A HIGH-SPEED FLOW ON THE PROPAGATION CHARACTERISTICS OF SOUND MODES IN A CYLINDRICAL DUCT WITH RIGID WALLS

N. N. Ostrikov^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

This work is devoted to the theoretical study of the features of sound propagation in a cylindrical duct with rigid walls in the presence of a flow with a thin boundary layer. A uniformly suitable asymptotic solution of the Pridmore-Brown equation describing the propagation of sound modes in the considered model situation is obtained under the condition of a small thickness of the boundary layer. It is shown that the boundary layer can have a significant effect on the axial wave numbers of cut-on sound modes, and this effect increases with increasing frequency. At the same time, for individual sound modes located near the cut-off condition, a finite-order effect may occur: a sound mode propagating in a homogeneous flow without attenuation may become attenuated in the presence of a thin boundary layer.

Keywords: annular duct, sound propagation in flows, boundary layer, sound-absorbing structures

УДК 534.2

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗВУКА В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПИЛОНА

© 2022 г. М. А. Яковец^{1,*}, Н. Н. Остриков¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Работа посвящена теоретическому исследованию особенностей распространения звука в облицованном подковообразном канале, моделирующем наружный канал авиадвигателя при наличии пилон. В результате исследования определены случаи, в которых допускается разделение переменных, т.е. возможно непосредственное аналитическое решение для собственных мод, получен вид волноводных мод. Найдены характеристические уравнения данного канала, которым удовлетворяют собственные значения, являющиеся азимутальными и радиальными волновыми числами. Проведено исследование осевых волновых чисел, характеризующих эффективность облицовки, при разных значениях импеданса при наличии и отсутствии звукопоглощающих конструкций на пилоне. Расчетная оценка показала, что облицовка пилон может привести к повышению уровня шумоглушения на 2 дБ.

Ключевые слова: кольцевой канал, подковообразный канал, пилон, звукопоглощающие конструкции

DOI: 10.31857/S2686740022050121

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире возможность эксплуатации магистральных самолетов в системе международных авиаперевозок определяется, в частности, удовлетворением требованиям норм Международной организации гражданской авиации (ИКАО) по шуму на местности. Наиболее эффективным способом снижения шума вентилятора является облицовка каналов двигателя звукопоглощающими конструкциями (ЗПК), параметры которых подбираются таким образом, чтобы обеспечить максимальное затухание звука при его распространении вдоль канала на различных режимах работы двигателя в течение взлетно-посадочного цикла полета самолета. При этом при расчете эффективности ЗПК в наружном контуре двухконтурного турбореактивного двигателя в мировой и отечественной практике до сих пор использовались упрощающие модели, например, модель “длинного” канала, в которой канал наружного контура с пилоном (рис. 1) заменяется на кольцевой либо плоский канал [1–8]. Такое упрощение снижает точность расчетов, а значит,

и эффективность работы ЗПК. Кроме того, оно не позволяет оптимизировать ЗПК на пилоне и непосредственно ответить на вопрос о необходимости облицовки пилон.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию особенностей распространения звука в облицованных каналах наружного контура современных авиадвигателей с пилоном. Боковые поверхности пилон изменяют форму канала наружного контура. В работах [9, 10] проведены исследования по влиянию наличия пилон-разделителя на распространение звука в канале, однако при настройке ЗПК трехмерная неосесимметричная геометрия канала с пилоном ранее не рассматривалась. В то же время практически во всех современных двигателях пилон внедрен в наружный канал, в результате чего его поперечное сечение имеет подковообразную форму. Изменение формы поперечного сечения канала по отношению к кольцевой форме сечения приводит к изменению структуры звукового поля и, как следствие, к изменению продольных волновых чисел, которые определяют затухание звука при наличии ЗПК. Данный фактор должен быть учтен при выборе параметров ЗПК в том числе для того, чтобы оценить, в какой мере установка ЗПК на боковые поверхности пилон позволит обеспечить дополнительное затухание звука.

Полученные в данной работе результаты будут использованы для проведения эксперименталь-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: aeroacoustics@tsagi.ru

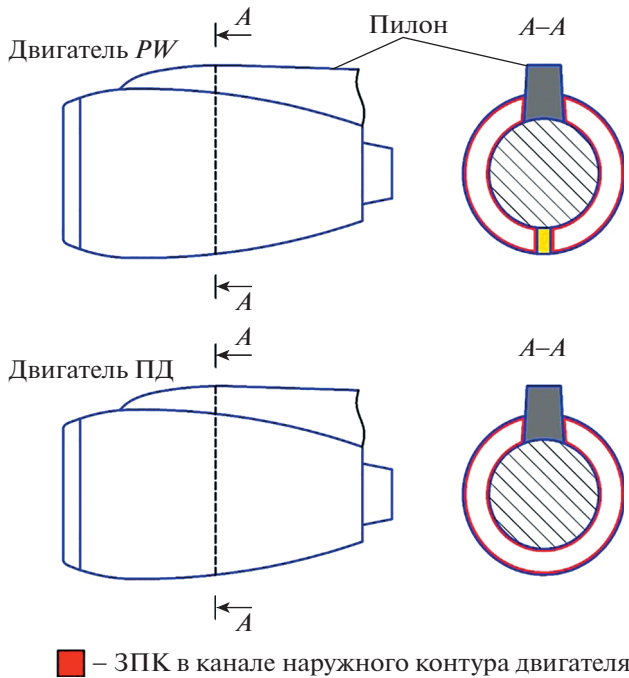


Рис. 1. Схема расположения ЗПК в наружном контуре авиадвигателя.

ных исследований распространения звука в кольцевом канале с пилоном на базе заглушенной камеры АК-2 ЦАГИ.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА

Рассмотрим бесконечный подковообразный канал, состоящий из кольцевого канала, ограниченного дополнительными стенками при $\varphi = \gamma$ и $\varphi = 2\pi - \gamma$ (рис. 2а). При этом стенки канала могут

быть облицованы звукопоглощающими конструкциями с различными значениями импеданса на разных стенках: Z_a и Z_b на стенках кольцевого канала при $r = a, b$, Z_+ и Z_- на стенках пилона при $\varphi = \gamma$ и $\varphi = 2\pi - \gamma$ (рис. 2б). Считаем, что плотность среды и скорость звука одинаковы во всем канале.

Звуковое поле в канале удовлетворяет волновому уравнению, которое в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где $p = p(r, \varphi, z, t)$ – акустическое давление, c – скорость звука.

Ищем p в виде нормальных волн с частотой ω и осевым волновым числом k_z , $p = \tilde{p}(r, \varphi) \cdot \exp(ik_z z - i\omega t)$, тогда из уравнения (1) следует

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \varphi^2} + \chi^2 \tilde{p} = 0, \quad (2)$$

где $\chi^2 = k^2 - k_z^2$.

Импедансные граничные условия (ГУ) на стенках, моделирующие акустический отклик ЗПК, могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=a} = ik\beta_a p, \\ \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=b} = ik\beta_b p, \end{cases} \quad (3)$$

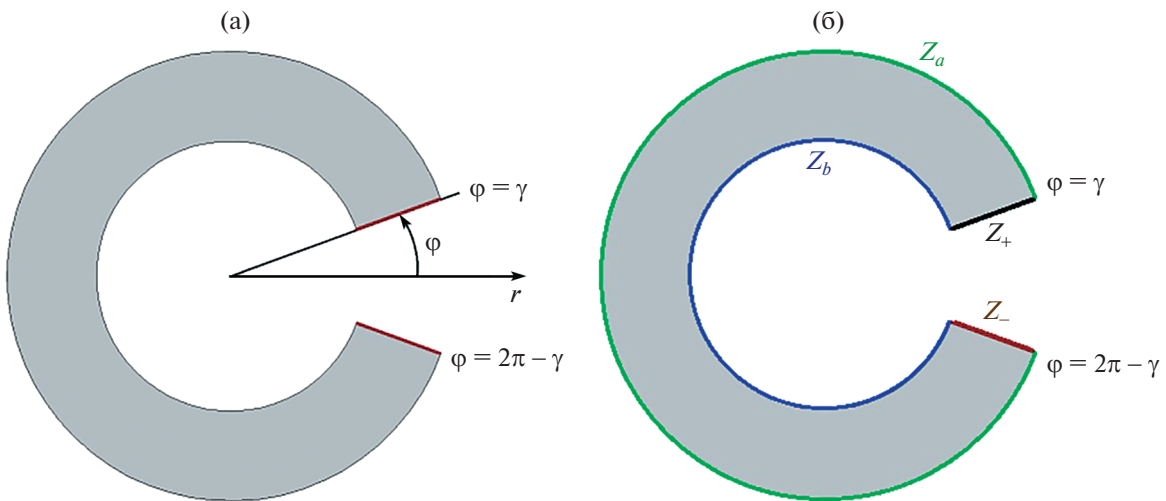


Рис. 2. Схема подковообразного канала в плоскости (r, φ) (а); расположение облицовки в подковообразном канале (б).

$$\begin{cases} \left. \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\gamma} = -ik\beta_+ p, \\ \left. \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=2\pi-\gamma} = -ik\beta_- p, \end{cases} \quad (4)$$

где $\beta_i = 1/Z_i$ – адмиттанс i -й стенки.

Для определения вида волноводных мод в подковообразном канале необходимо решить уравнение (2) с граничными условиями (3) и (4). Как правило, в таких задачах используется метод разделения переменных, однако наличие множителя $1/r$ перед производной в ГУ (4) приводит к тому, что этот метод применим только при особых условиях на β_{\pm} :

$$\beta_{\pm} = 0, \infty, \tilde{\beta}_{\pm}/r, \quad (5)$$

где $\tilde{\beta}_{\pm} = \text{const}$.

Другими словами, звуковое поле в подковообразном канале допускает разделение переменных, если импеданс на стенках при $\varphi = \gamma$ и $\varphi = 2\pi - \gamma$ соответствует случаям абсолютно жесткой стенки, абсолютно мягкой стенки или пропорционален расстоянию от оси канала. При этом не требуется попарного выполнения этих условий, например, одна стенка может быть абсолютно жесткой, а вторая иметь импеданс, пропорциональный r . Из обозначенных условий (5) разделимости переменных только условие жесткой стенки $\beta_{\pm} = 0$ можно считать полностью реализуемым на практике случаев, поскольку типовые звукопоглощающие конструкции имеют с небольшими отклонениями постоянное значение импеданса во всех точках, и это значение отличается от условия мягкой стенки. Тем не менее эти случаи важны, так как позволяют получить собственные волноводные моды в аналитическом виде и сравнить их параметры с полученными численным методом. Кроме того, в относительно узких ($b/a \sim 1$) подковообразных каналах ожидается слабое отклонение параметров мод в случае однородного импеданса от случая импеданса, пропорционального радиусу в силу небольших изменений импеданса.

Рассмотрим такие значения β_{\pm} , допускающие разделение переменных. Пусть $\tilde{p}(r, \varphi) = f(r) \cdot g(\varphi)$, тогда из (2) имеем

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \cdot g + \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} \cdot f + \chi^2 r^2 f \cdot g = 0,$$

откуда следует

$$\frac{r}{f} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \chi^2 r^2 = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} \equiv m^2.$$

Нахождение собственных решений можно разбить на две задачи:

1) собственные решения по азимутальной координате:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} = m^2 &\Leftrightarrow g'' + m^2 g = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow g &\sim \exp(im\varphi) + C_m \cdot \exp(-im\varphi), \end{aligned}$$

дополненные ГУ (4) для определения неизвестных m и C_m ;

2) собственные решения по радиальной координате:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \left(\chi^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) f = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow f(r) &\sim J_m(\chi r) + B_{mn} \cdot Y_m(\chi r), \end{aligned}$$

где $J_m(\cdot)$ и $Y_m(\cdot)$ – функции Бесселя первого и второго рода соответственно, а значения χ и B_{mn} определяются из ГУ (3).

Рассмотрим первую задачу и найдем значения m и C_m :

$$g(\varphi) = \exp(im\varphi) + C_m \cdot \exp(-im\varphi). \quad (6)$$

1 случай: $\beta_+ = \beta_- = 0$ (абсолютно жесткие стенки).

Тогда из ГУ (4) следует

$$m = \frac{l}{-2\gamma/\pi + 2}, \quad l \in \mathbb{Z},$$

$$C_m = \exp\left(\frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right),$$

$$\begin{aligned} g_l(\varphi) &= \exp\left(\frac{il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2}\right) + \\ &+ \exp\left(\frac{-il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2} + \frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right). \end{aligned}$$

2 случай: $\beta_+ = \beta_- = \infty$ (абсолютно мягкие стенки).

$$m = \frac{l}{-2\gamma/\pi + 2}, \quad l \in \mathbb{Z},$$

$$C_m = -\exp\left(\frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right),$$

$$\begin{aligned} g_l(\varphi) &= \exp\left(\frac{il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2}\right) - \\ &- \exp\left(\frac{-il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2} + \frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right). \end{aligned}$$

3 случай: $\beta_+ = \tilde{\beta}_+/r, \beta_- = \tilde{\beta}_-/r$ (импеданс $Z_{\pm} \sim r$)

Пусть $k\tilde{\beta}_{\pm} = d_{\pm}$, тогда

$$C_m = \exp(2im\gamma) \frac{1 + d_+/m}{1 - d_+/m},$$

$$\exp(4im\gamma - 4im\pi) = \frac{(1 - d_+/m)(1 - d_-/m)}{(1 + d_+/m)(1 + d_-/m)}.$$

Уравнение для нахождения m :

$$\exp(4im\gamma - 4im\pi) - \frac{(m - d_+)(m - d_-)}{(m + d_+)(m + d_-)} = 0. \quad (7)$$

Трансцендентное уравнение (7) решается с помощью метода Ньютона при постепенном увеличении значений адмиттанса от 0 до β_{\pm} :

$$\exp(4im\gamma - 4im\pi) - \frac{(m - \alpha d_+)(m - \alpha d_-)}{(m + \alpha d_+)(m + \alpha d_-)} = 0,$$

$$\alpha \in [0, 1].$$

При этом используется начальное приближение m_{ℓ} при абсолютно жестких стенках:

$$m_{\ell} = \frac{\ell}{2\gamma/\pi - 2}.$$

В результате численной процедуры находим значения $\{m_{\ell}\}$ – счетный набор корней уравнения (7). Эти значения являются комплексными за исключением случаев $\beta_{\pm} = 0$, $\beta_{\pm} = \infty$, $\text{Re}[\beta_{\pm}] = 0$. Таким образом, имеем полный набор функций $g_{\ell}(\varphi)$ – собственных функций азимутального оператора в общем случае наличия импедансных стенок.

Рассмотрим решение второй задачи при найденных значениях m_{ℓ} :

$$f(r) \sim J_m(\chi r) + B_{\ell n} Y_m(\chi r). \quad (8)$$

1 случай: $\beta_a = \beta_b = 0$.

$$B_{\ell n} = -\frac{J'_m(\chi a)}{Y'_m(\chi a)},$$

$$\frac{J'_m(\chi a)}{Y'_m(\chi a)} - \frac{J'_m(\chi b)}{Y'_m(\chi b)} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) в точности повторяет соответствующее характеристическое уравнение для нахождения нормальных мод кольцевого канала [11]. Единственное отличие заключается в том, что в (9) параметр $m = m_{\ell}$ может принимать нецелые и комплексные значения. При этом вне зависимости от значения m уравнение (9) является трансцендентным и решения могут быть получены только численным методом.

2 случай: $\beta_a \neq 0, \beta_b \neq 0$.

Тогда из ГУ (3) имеем

$$B_{\ell n} = -\frac{\chi J'_m(\chi a) - ik\beta_a J_m(\chi a)}{\chi Y'_m(\chi a) - ik\beta_a Y_m(\chi a)}, \quad (10)$$

$$\frac{\chi J'_m(\chi a) - ik\beta_a J_m(\chi a)}{\chi Y'_m(\chi a) - ik\beta_a Y_m(\chi a)} - \frac{x J'_m(\chi b) + ik\beta_b J_m(\chi b)}{x Y'_m(\chi b) + ik\beta_b Y_m(\chi b)} = 0.$$

Уравнение (10) также является трансцендентным, поэтому его корни могут быть получены только численным методом. Таким образом, имея набор $\{\chi_{\ell n}\}_{n=1}^{\infty}$ корней уравнения (9) при разных значениях параметра $m = m_{\ell}$, $\ell \in \mathbb{Z}$, получим представление произвольного монохроматического звукового поля в подковообразном канале с облицованными стенками в виде разложения по собственным модам канала с амплитудами $A_{\ell n}$:

$$p(r, \varphi, z) =$$

$$= \sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} A_{\ell n} f_{\ell n}(r) g_{\ell}(\varphi) \cdot \exp(ik_{\ell n} z - i\omega t), \quad (11)$$

где $k_{\ell n} = \sqrt{k^2 - \chi_{\ell n}^2}$.

2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ УПРОЩЕНИЙ

Представление (11) было получено для случаев, когда стенки пилона направлены вдоль радиусов, а акустический импеданс облицовок на двух стенках пилона соответствует либо абсолютно жесткой стенке, либо абсолютной мягкой стенке, либо пропорционален радиусу канала. Подобные ограничения в математической модели снижают область ее применимости, однако особенность геометрических параметров каналов, соответствующих реальным авиадвигателям, такова, что ширина кольцевого канала наружного контура меньше диаметра центрального тела, что приводит к относительно небольшому изменению значения импеданса при моделировании условия пропорциональности. Для оценки влияния данного ограничения на волновые числа в канале были рассмотрены обе постановки с помощью численного метода конечных элементов (МКЭ) [12]. В табл. 1 приведено сравнение осевых волновых чисел в канале. Величина δ – относительное отклонение (%) действительной и мнимой частей волновых чисел. В расчетах использовались следующие значения параметров: $f = 1000$ Гц, $c = 343$ м/с, $\gamma = 15^\circ$, $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м. Значения адмиттанса стенок пилона при расчете этих двух случаев были равны:

$$1) \beta_+ = (b - a)/(2 - 4i), \beta_- = (b - a)/(4 - 2i),$$

$$2) \beta_+ = r/(1 - 2i), \beta_- = r/(2 - i).$$

Сравнение показало, что отклонение в значениях мнимых частей волновых чисел при данном

Таблица 1. Сравнение волновых чисел при жесткой стенке (0), постоянном (1) и переменном (2) импедансе

m	1	n	Re Kz0, 1/м	Im Kz0, 1/м	Re Kz1, 1/м	Im Kz1, 1/м	Re Kz2, 1/м	Im Kz2, 1/м	Re δ , %	Im δ , %
0	0	0	18.308	0	18.302	0.0002	18.302	0.0002	0.0001	4.57
0	0	1	9.321	0	9.315	0.0004	9.315	0.0004	0.0011	2.73
6/11	1	0	18.291	0	18.290	0.0010	18.290	0.0010	0.0016	1.96
6/11	1	1	9.287	0	9.285	0.0022	9.285	0.0021	0.0011	3.34
12/11	2	0	18.241	0	18.237	0.0042	18.237	0.0041	0.0002	1.70
12/11	2	1	9.184	0	9.176	0.0088	9.176	0.0085	0.0011	3.89
18/11	3	0	18.157	0	18.148	0.0094	18.148	0.0092	0.0003	2.17
18/11	3	1	9.010	0	8.992	0.0199	8.992	0.0193	0.0056	3.10
24/11	4	0	18.039	0	18.023	0.0167	18.023	0.0164	0.0003	1.82
24/11	4	1	8.761	0	8.727	0.0368	8.728	0.0353	0.0115	4.24
30/11	5	0	17.886	0	17.861	0.0261	17.861	0.0257	0.0004	1.55
30/11	5	1	8.429	0	8.373	0.0589	8.374	0.0547	0.0155	7.67
36/11	6	0	17.698	0	17.661	0.0376	17.661	0.0371	0.0005	1.34
36/11	6	1	8.004	0	7.918	0.0891	7.920	0.0864	0.0341	3.12

условии от случая постоянного импеданса имеет порядок 3–7%, отклонение в значениях действительных частей волновых чисел имеет порядок 0.1–1.5% при соотношении 0.6/0.8 внутреннего и внешнего радиусов канала, при этом качественно сохраняется пространственный вид решения.

Далее аналогичным способом проведено исследование влияния формы пилона на волновые числа мод. Рассмотренная в первой части статьи геометрия пилона с расположением стенок вдоль радиуса окружности отличается от реальной, применяемой на практике (рис. 1), однако именно такая геометрия позволяет учесть вклад ЗПК на пилоне на затухание каждой моды отдельно, что открывает возможность оптимизации параметров ЗПК. С помощью метода конечных элементов рассчитано звуковое поле для канала с жесткими стенками со следующими параметрами: $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м, среднее расстояние между стенками пилона $d = 0.2$ м, $f = 1000$ Гц, $c = 343$ м/с в двух конфигурациях: стенки пилона параллельны друг другу (||) и стенки пилона направлены вдоль радиусов (\ /). Результаты расчетов осевых волновых чисел для распространяющихся 48 мод представлены в табл. 2, при этом в отличие от табл. 1 волновые числа в данном случае принимают действительные значения. Относительное отклонение δ принимает значения 0.01–0.3% для хорошо распространяющихся мод и 4–21% для мод вблизи отсечки. Среднее значение по всем распространяющимся модам составило 0.8%. Если исключить последние две моды, находящиеся близко к отсечке, среднее значение составит 0.3% (среднее*).

3. РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПИЛОНЕ

Данный раздел посвящен оценке повышения затухания звука в наружном канале за счет облицовки пилона. С этой целью проведено сравнительное исследование осевых волновых чисел, характеризующих эффективность облицовки ЗПК, при разных значениях импеданса при наличии и отсутствии ЗПК на пилоне. Рассмотрены центральные частоты третьоктавных полос в диапазоне 400–6300 Гц. При этом импеданс нижней и верхней стенки кольцевого канала был равен $Z_{a,b} = 1 - i$, что соответствует сильному поглощению звука на этих стенках канала. В табл. 3 указано используемое в расчетах число мод. Полученные поправки к затуханию (дБ/м) при облицовке стенок пилона были использованы для расчета суммарного возможного повышения эффективности системы шумоглушения за счет использования на пилоне однослойной и двухслойной ЗПК, оптимизированных для частоты 2500 Гц. Значения безразмерного импеданса указанных конструкций представлено в табл. 4. Результат сравнения эффективности однослойной и двухслойной ЗПК на пилоне представлен на рис. 3. В расчетах использовались следующие значения параметров: $c = 343$ м/с, $\gamma = 15^\circ$, $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м, длина пилона 1 м; кроме того, использовалось предположение о равенстве амплитуд различных мод в начальном сечении.

Таблица 2. Влияние формы пилона на осевые волновые числа

Nmn	Kz	Kz\ /	δ , %	Nmn	Kz	Kz\ /	δ , %
1	18.294	18.294	0.00	26	13.790	13.791	0.01
2	18.254	18.254	0.00	27	13.660	13.651	0.07
3	18.187	18.187	0.00	28	13.437	13.455	0.13
4	18.092	18.092	0.00	29	13.086	13.068	0.14
5	17.971	17.971	0.00	30	13.040	13.052	0.09
6	17.823	17.822	0.01	31	12.587	12.624	0.29
7	17.646	17.646	0.00	32	12.446	12.397	0.40
8	17.442	17.441	0.01	33	12.066	12.117	0.42
9	17.210	17.208	0.01	34	11.744	11.674	0.60
10	16.949	16.946	0.02	35	11.468	11.536	0.59
11	16.659	16.654	0.03	36	10.974	10.872	0.94
12	16.339	16.331	0.05	37	10.773	10.871	0.90
13	15.988	15.976	0.08	38	10.130	10.104	0.26
14	15.604	15.588	0.10	39	9.950	9.971	0.20
15	15.191	15.164	0.18	40	9.189	9.208	0.22
16	14.970	14.972	0.01	41	8.970	8.941	0.32
17	14.944	14.954	0.07	42	8.091	8.143	0.63
18	14.899	14.901	0.01	43	7.797	7.732	0.85
19	14.802	14.813	0.07	44	6.745	6.827	1.21
20	14.741	14.702	0.27	45	6.346	6.240	1.70
21	14.655	14.688	0.22	46	4.944	5.072	2.53
22	14.516	14.525	0.06	47	4.353	4.171	4.36
23	14.306	14.322	0.11	48	1.516	1.908	20.56
24	14.229	14.199	0.21		СРЕДНЕЕ		0.81
25	14.051	14.078	0.19		СРЕДНЕЕ*		0.31

Таблица 3. Количество рассматриваемых в расчете мод

f , Гц	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300
Количество мод	8	10	12	21	32	44	70	101	158	193	196	196	198

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование особенностей распространения звука в канале наружного контура авиадвигателя при наличии пилона и звукопоглощающей облицовки.

Определены геометрия канала и случаи, в которых задача о распространении звука в канале с подковообразной формой поперечного сечения допускает разделение переменных при наличии однородного потока, и, как следствие, возможно определение собственных звуковых мод на основе аналитических методов. Для этого боковые стенки пилона должны быть расположены вдоль радиусов поперечного сечения и на них должно быть поставлено граничное условие, соответствующее или абсолютно жесткой стенке, или абсо-

лютно мягкой стенке, или значение адмиттанса облицовки должно быть обратно пропорционально расстоянию от оси канала. Из приведенных вариантов только условие жесткой стенки можно считать полностью реализуемым на практике случае, поскольку условие абсолютно мягкой стенки выполняется на практике редко, а типовые звукопоглощающие конструкции имеют постоянное значение импеданса во всех точках с небольшими отклонениями. Тем не менее эти случаи важны, так как позволяют получить собственные волноводные моды в аналитическом виде и сравнить их параметры с полученными каким-либо численным методом.

Сравнительное исследование показало, что в относительно узких подковообразных каналах ожидается слабое отклонение параметров звуко-

Таблица 4. Используемые в расчете значения импеданса

$f, \text{Гц}$	Однослойная ЗПК		Двухслойная ЗПК	
	Re Z	Im Z	Re Z	Im Z
400	1.140	-4.615	0.821	-4.453
500	1.135	-3.572	0.842	-3.375
630	1.133	-2.782	1.050	-2.494
800	1.179	-2.131	0.914	-1.711
1000	1.147	-1.533	1.029	-1.064
1250	0.953	-1.073	1.435	-0.498
1600	1.187	-0.664	1.709	0.316
2000	0.973	-0.268	2.369	-0.456
2500	1.371	0.143	1.233	-0.246
3150	1.083	0.573	0.986	0.653
4000	0.873	1.180	0.934	1.405
5000	1.085	2.674	0.913	2.261
6300	0.895	4.168	0.831	3.118

вых мод в случае однородного адмиттанса от случая адмиттанса, обратно пропорционального радиусу в силу небольших изменений адмиттанса: отклонение в значениях мнимых частей волновых чисел при данном условии от случая постоянного импеданса имеет порядок 3–7%, отклонение в значениях действительных частей волновых чисел имеет порядок 0.1–1.5% при соотношении 0.6/0.8 внутреннего и внешнего радиусов канала, и при этом качественно сохраняется пространственный вид структуры звукового поля в канале.

Проведен анализ влияния формы пилона на собственные звуковые моды канала. С помощью численного метода конечных элементов рассчитано звуковое поле для канала с параллельными стенками пилона и с наклонными стенками пи-

лона, для которых допускается аналитическое решение. Показано, что относительное отклонение в волновых числах принимает значения 0.01–0.3% для хорошо распространяющихся мод и 4–21% для звуковых мод, распространяющихся вблизи условия отсечки. Среднее значение составило 0.8% по всем распространяющимся модам и 0.3% при исключении из рассмотрения мод, находящихся близко к отсечке. Таким образом, сделан вывод о том, что использование упрощенной геометрии, допускающей аналитическое решение, не приводит к существенным отклонениям при расчете звукового поля в каналах с подковообразной формой поперечного сечения.

С целью оценки повышения затухания звука в наружном канале за счет использования ЗПК на боковых стенках пилона проведено сравнительное исследование осевых волновых чисел, характеризующих эффективность облицовки ЗПК, при разных значениях импеданса при наличии и отсутствии ЗПК на пилоне. Полученные поправки к затуханию отдельных мод были использованы для расчета суммарного возможного повышения эффективности системы шумоглушения за счет использования на пилоне однослойной и двухслойной ЗПК, оптимизированных для частоты 2500 Гц. Показано, что использование ЗПК на пилоне позволяет увеличить эффективность системы шумоглушения на 1.5–2 дБ, при этом двухслойная ЗПК имеет немного меньшую эффективность на частоте настройки, но ее звукопоглощение является более широкополосным по частоте. Используемые в расчетах значения импеданса на пилоне отличались от значений на внутренней и внешней сторонах наружного канала.

Результаты исследований, представленные в настоящей работе, будут использованы для создания робастных алгоритмов настройки ЗПК в соответствующих каналах наружного контура двигателей с целью достижения повышенного снижения шума самолетов на местности.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016). Работа выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cremer L.* Theorie der Luftschall-Dämpfung im Rechteckkanal mit schluckender Wand und das sich dabei ergebende höchste Dämpfungsma // Acta Acustica united with Acustica. 1953. V. 3. № 4. P. 249–263.

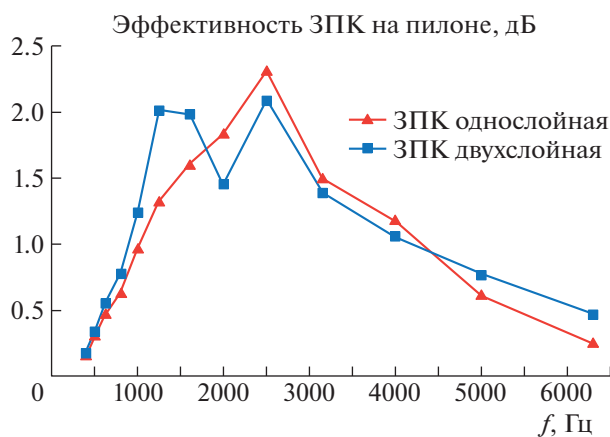


Рис. 3. Сравнение эффективности однослойной и двухслойной ЗПК на пилоне.

2. *Tester B.* The propagation and attenuation of sound in lined ducts containing uniform or “plug” flow // *Journal of Sound and Vibration*. 1973. V. 28. № 2. P. 151–203.
[https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(73\)80102-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(73)80102-6)
3. *Соболев А.Ф.* Повышение эффективности снижения шума в канале с потоком при наличии звукопоглощающих облицовок // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 3 С. 404–413.
4. *Gabard G., Astley R.J.* Theoretical models for sound radiation from annular jet pipes: far- and near-field solutions // *Journal of Fluid Mechanics*. 2006. V. 549. P. 315–342.
<https://doi.org/10.1017/S0022112005008037>
5. *Astley R.J.* Numerical methods for noise propagation in moving flows, with application to turbofan engines // *Acoustical Science and Technology*. 2009. V. 30. № 4. P. 227–239.
<https://doi.org/10.1250/ast.30.227>
6. *Соболев А.Ф.* Исследование функции Грина в канале с звукопоглощающей облицовкой при наличии однородного потока // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 4. С. 535–548.
7. *McTavish J., Brambley E.* Nonlinear sound propagation in two-dimensional curved ducts: A multimodal approach // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. V. 875. P. 411–447.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2019.497>
8. *Jones M.G., Nark D., Howerton B., Brown M.C.* A Review of Acoustic Liner Experimental Characterization at NASA Langley. Tech. Rep. NASA/TP–2020–220583. 2020.
<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15613.10720>
9. *Sugimoto R., Astley R.J., Gabard G., Tsuchiya N.* Three-dimensional effects of geometries and acoustic treatments on bypass-duct noise. 2007. AIAA Paper. 2007–3549.
<https://doi.org/10.2514/6.2007-3549>
10. *Nark D., Jones M.G.* An Investigation of Bifurcation Acoustic Treatment Effects on Aft-Fan Engine Nacelle Noise. 2019. AIAA Paper. 2019–2627.
<https://doi.org/10.2514/6.2019-2627>
11. *Соболев А.Ф.* Функция Грина для каналов прямоугольного и кольцевого поперечного сечений с однородным потоком // *Труды ЦАГИ*. 2009. № 2681. С. 69–81.
12. *Denisov S., Ostrikov N., Yakovets M., Ipatov M.* Investigation of Sound Propagation in Rectangular Duct with Transversally Non-Uniform Flow and Anisotropic Wall Impedance by Asymptotic Theory and 3D Finite Element Method. 2019. AIAA Paper. 2019–2640.
<https://doi.org/10.2514/6.2019-2640>

ON PROPAGATION OF SOUND IN A CIRCULAR DUCT IN THE PRESENCE OF A PYLON

M. A. Yakovets^a and N. N. Ostrikov^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

This work is devoted to a theoretical study of the features of sound propagation in a lined horseshoe-shaped duct that simulates the outer duct of an aircraft engine in the presence of a pylon. As a result of the study, cases were determined in which separation of variables is allowed, that is, a direct analytical solution for eigenmodes is possible, and the form of waveguide modes is obtained. The characteristic equations of this duct are found, which are satisfied by the eigenvalues, which are azimuthal and radial wave numbers. A study of the axial wave numbers characterizing the effectiveness of the cladding was carried out for different impedance values in the presence and absence of sound-absorbing structures on the pylon. The calculation has shown that the lining of the pylon can lead to an increase in the level of noise attenuation by 2 dB.

Keywords: annular duct, horseshoe duct, pylon, sound-absorbing structures

УДК 534.6.08

МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОАКУСТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

© 2022 г. М. А. Демьянов^{1,*}

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Рассмотрена задача нахождения амплитуд акустических источников по данным синхронных многомикрофонных измерений акустического поля. Предложен метод, основанный на построении линейного оператора, переводящего Фурье-образы сигналов с микрофонов в амплитуды источников. Метод верифицирован на тестовых примерах локализации монополюсных и дипольных источников, произведено сравнение акустических карт локализации, полученных разработанным методом и стандартным алгоритмом бимформинг. Исследованы возможности дальнейшего развития разработанной методологии.

Ключевые слова: фазированная антенна, бимформинг, акустические источники

DOI: 10.31857/S2686740022050078

ВВЕДЕНИЕ

Для определения положений и амплитуд источников звука в аэроакустическом эксперименте используют методы, основанные на фазированных микрофонных решетках (акустических антеннах) [1]. Методология применения фазированных микрофонных решеток в аэроакустике получила название бимформинг [2]. Для определения поля амплитуд источников по данным микрофонных измерений необходимо решить обратную задачу, которая в корреляционной постановке имеет вид

$$\overline{p_i p_j^*} = \sum_{k=1, p=1}^{N_s} G_{ik} a_k a_p^* G_{jp}^*, \quad (1)$$

где p_i – Фурье-образ давления на i -м микрофоне, a_k – неизвестные амплитуды источников, G_{ik} – функция Грина источников, $\bar{\cdot}$ – осреднение по реализациям измерений.

Для решения системы (1) существуют различные алгоритмы [3–12], которые отличаются используемыми моделью источников и характером распространения акустического излучения в среде, заложенными в функцию Грина G_{ik} , а также дополнительными предположениями относительно вида корреляционных характеристик источников.

В данной работе разработан иной подход к задаче идентификации акустических источников. Сначала производится выбор интерпретационной модели источников (рассматривается вопрос о том, что конкретно следует понимать под i -м источником – какие сигналы i -й источник индуцирует на микрофонах решетки). При этом выбранный набор источников должен образовывать полную систему индуцируемых давлений на микрофонах решетки. Далее, методом минимизации невязки, определяется линейный оператор, позволяющий наиболее точно восстановить каждый отдельный единичный источник по индуцируемым им сигналам на микрофонах решетки. После этого сгенерированный линейный оператор может быть использован для разложения произвольного акустического поля по выбранному набору источников. Таким образом, удастся определить амплитуды источников по данным многомикрофонных измерений.

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: demyanov@phystech.edu

Разработанный метод был верифицирован на тестовых примерах локализации монополюльных и дипольных источников. Произведено сравнение акустических карт локализации, полученных разработанным методом и стандартным алгоритмом бимформинг. Показано, что разработанный метод имеет больший динамический диапазон в сравнении со стандартным алгоритмом бимформинг.

МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

Понятие акустического источника естественно возникает при рассмотрении физической модели явления. При этом имеется неоднозначность в математическом представлении поля источников. Примером такой неоднозначности, в частности, является наличие множества акустических аналогов [13–15]. Поэтому выбор типа источников относится к вопросу интерпретации рассматриваемого аэроакустического процесса. Например, при обработке микрофонных измерений алгоритмом бимформинг в простейшем случае под источником понимается монополюльный (всенаправленный) источник — такой подход вполне уместен, когда используют плоскую микрофонную решетку и пытаются определить направление наиболее интенсивного приходящего излучения. Другой пример — акустическое поле, имеющее дипольный тип и излучаемое нестационарным течением, обтекающим твердые тела [16, 17], в таком случае можно использовать в алгоритме дипольную модель источников, хотя подобное поле можно представить и парой противофазных монополей. Таким образом, исследователь вправе самым разумным образом выбирать, что стоит в конкретном случае понимать под источником и на каком уровне абстракции следует его рассматривать, при этом имея бесчисленное множество математически эквивалентных трактовок.

По этой причине в данной работе не рассматривается вопрос о конкретном виде источников, заложенных в модель разработанного метода. Это придает определенную общность применимости метода к различным прикладным задачам.

Перейдем непосредственно к описанию разработанного метода. Обозначим вектор Фурье-образов давлений P , измеренных массивом микрофонов:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{N_m} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где p_i — Фурье-образ давления на i -м микрофоне решетки, N_m — количество микрофонов в решетке.

Нужно найти такой линейный (считаем, что процесс распространения звука описывается линейным волновым уравнением) оператор B (для простоты не будем разделять понятие линейного оператора от его матрицы и оба объекта будем обозначать одной буквой), чтобы выполнялось соотношение:

$$A = BP, \quad (3)$$

где A — вектор неизвестных амплитуд источников.

Для нахождения оператора B рассмотрим следующую схему: пусть \widetilde{P}_1 — давление, индуцируемое тем, что мы понимаем под первым источником, имеющим единичную амплитуду, \widetilde{P}_2 — вторым единичным источником, и так далее до \widetilde{P}_{N_s} . N_s — количество моделируемых источников. Таким образом, наложим на оператор B требования:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = B\widetilde{P}_1, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = B\widetilde{P}_2, \dots, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = B\widetilde{P}_{N_s}. \quad (4)$$

Далее решим задачу минимизации:

$$\sum_{i=1}^{N_s} \|\widetilde{A}_i - B\widetilde{P}_i\|_2^2 \xrightarrow{\{B_{jk}\}_{j=1, k=1}^{N_s, N_m}} \min, \quad (5)$$

$$\text{где } \widetilde{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \widetilde{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \quad \widetilde{A}_{N_s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для случая квадратичной нормы, фигурирующей в функционале (5), ответ записывается в виде

$$B = \left(\sum_{i=1}^{N_s} \widetilde{A}_i \widetilde{P}_i^H \right) \left(\sum_{i=1}^{N_s} \widetilde{P}_i \widetilde{P}_i^H \right)^{-1}. \quad (6)$$

Входящая в выражение (6) матрица $\sum_{i=1}^{N_s} \widetilde{P}_i \widetilde{P}_i^H$ обратима, если $N_s \geq N_m$ и среди $\{\widetilde{P}_i\}_{i=1}^{N_s}$ есть система из N_m линейно независимых векторов (столбцов).

ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДА

Разработанный метод был верифицирован на тестовых примерах распознавания монополюльных и дипольных акустических источников.

В рассмотренных тестовых примерах конфигурация виртуальной микрофонной решетки соответствовала плоской микрофонной решетке,

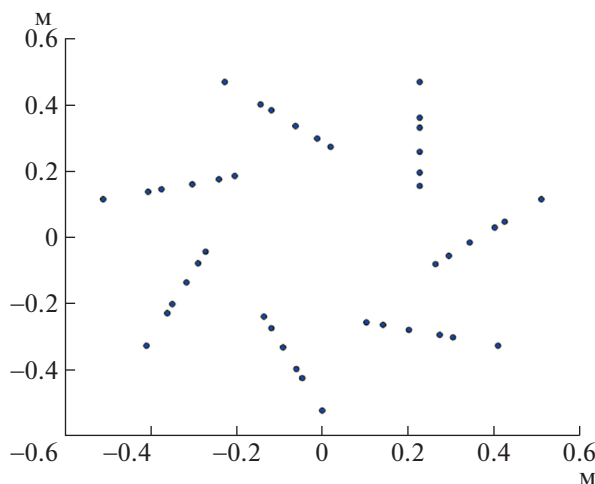


Рис. 1. Координаты микрофонов виртуальной плоской микрофонной решетки.

имеющейся в распоряжении НИО-9 в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ.

Во всех представленных случаях источники размещались в плоскости, параллельной плоскости микрофонной решетки, на расстоянии 1 м.

Для всех тестовых случаев также приведены результаты построения акустических карт стандартным алгоритмом бимформинг (Conventional Beamforming). При сравнении результатов разработанного метода и стандартного алгоритма бимформинг стоит иметь в виду, что акустическая карта, получаемая стандартным алгоритмом бимформинг, определяет интенсивность источника как значение в главном максимуме, в то время как для разработанного метода, чтобы определить суммарную интенсивность источника, нужно

произвести суммирование по всем областям полученного поля амплитуд.

В первых двух тестовых случаях в качестве векторов $\{\tilde{P}_i\}_{i=1}^{N_s}$ использовались монопольные источники, индекс i соответствовал пространственному положению в сетке источников.

В первом тестовом случае моделировался монополь на частоте 1500 Гц, размещенный по центру в позиции (0 м, 0 м). Результаты определенного поля амплитуд и, для сравнения, акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, представлены на рис. 2.

Во втором тестовом случае моделировалась пара монопольных синфазных источников на частоте 1500 Гц. Позиции источников: (−0.25 м, −0.25 м) и (0.25 м, 0.25 м). Результаты определенного поля

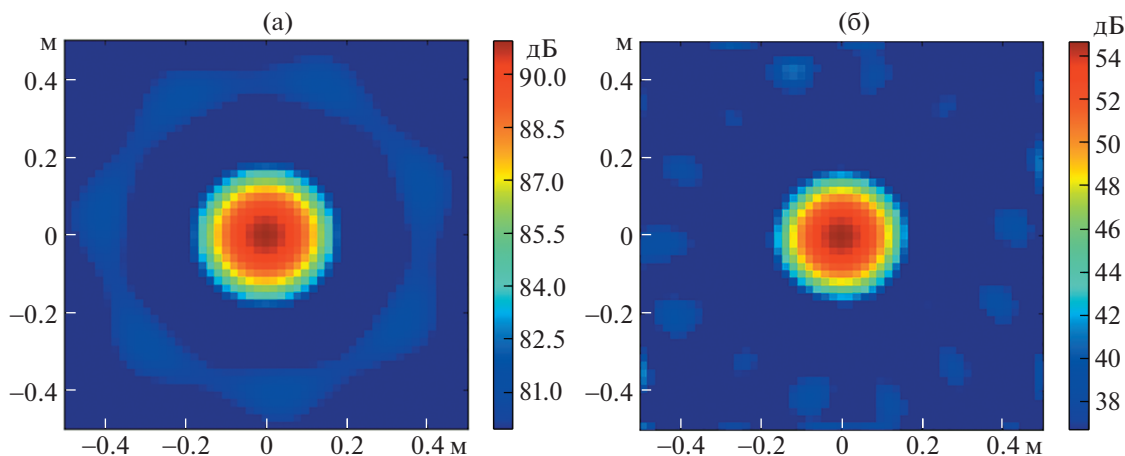


Рис. 2. Монопольный источник, 1500 Гц, позиция (0 м, 0 м); а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 11 дБ; б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 18 дБ.

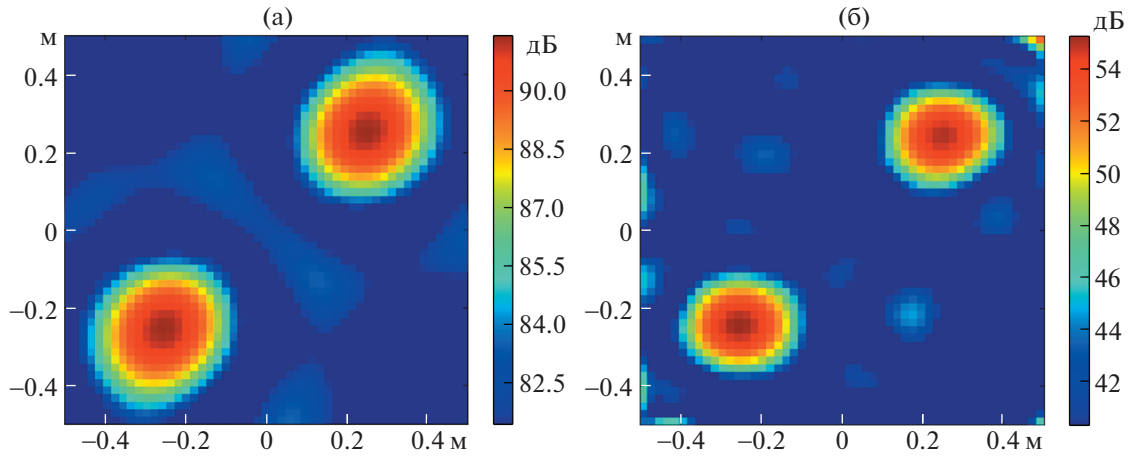


Рис. 3. Два монопольных синфазных источника, 1500 Гц, позиции $(-0.25 \text{ м}, -0.25 \text{ м})$ и $(0.25 \text{ м}, 0.25 \text{ м})$; а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 10 дБ, б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 15 дБ.

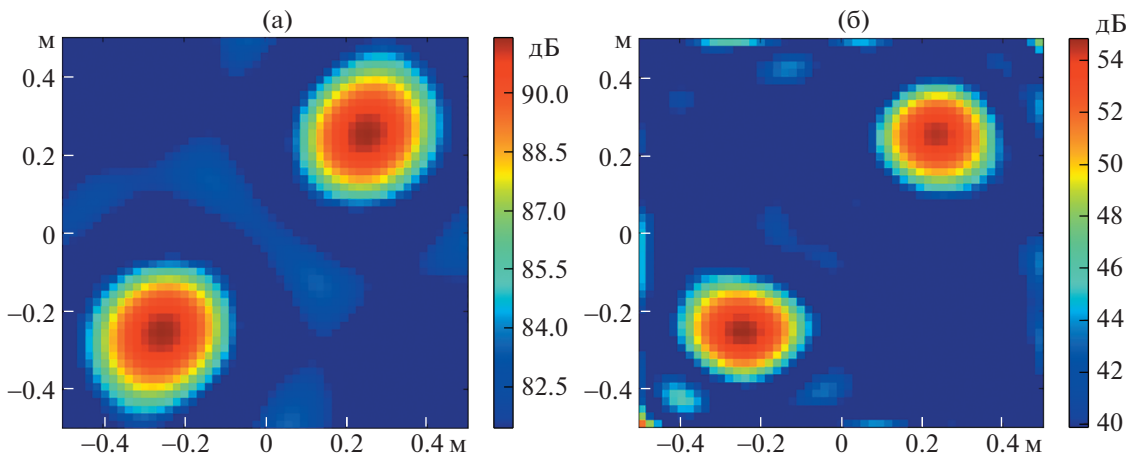


Рис. 4. Два монопольных противофазных источника, 1500 Гц, позиции $(-0.25 \text{ м}, -0.25 \text{ м})$ и $(0.25 \text{ м}, 0.25 \text{ м})$; а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 10 дБ, б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 15 дБ.

амплитуд и, для сравнения, акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, представлены на рис. 3.

Найденные комплексные амплитуды в двух максимумах акустической карты (рис. 3б), для наглядности также указаны модуль и фаза:

$$\begin{aligned} a_1 &= (5.917 - i9.955)10^{-3}, \\ |a_1| &= 0.01158, \quad \varphi_1 = 59.3^\circ, \\ a_2 &= (7.005 - i9.244)10^{-3}, \\ |a_2| &= 0.01159, \quad \varphi_2 = 52.8^\circ. \end{aligned}$$

Также моделировались монопольные источники, находящиеся в противофазе по отношению

друг к другу. Результаты обработки представлены на рис. 4.

Найденные комплексные амплитуды в двух максимумах акустической карты (рис. 4б), для наглядности также указаны модуль и фаза:

$$\begin{aligned} a_1 &= (-1.057 - i0.322)10^{-2}, \\ |a_1| &= 0.01105, \quad \varphi_1 = -163.1^\circ, \\ a_2 &= (0.996 - i0.433)10^{-2}, \\ |a_2| &= 0.01086, \quad \varphi_2 = -23.5^\circ. \end{aligned}$$

В третьем тестовом случае моделировался дипольный источник на частоте 1500 Гц в позиции $(0 \text{ м}, 0 \text{ м})$. В данном примере в качестве модели источников в алгоритмы были заложены у-дипо-

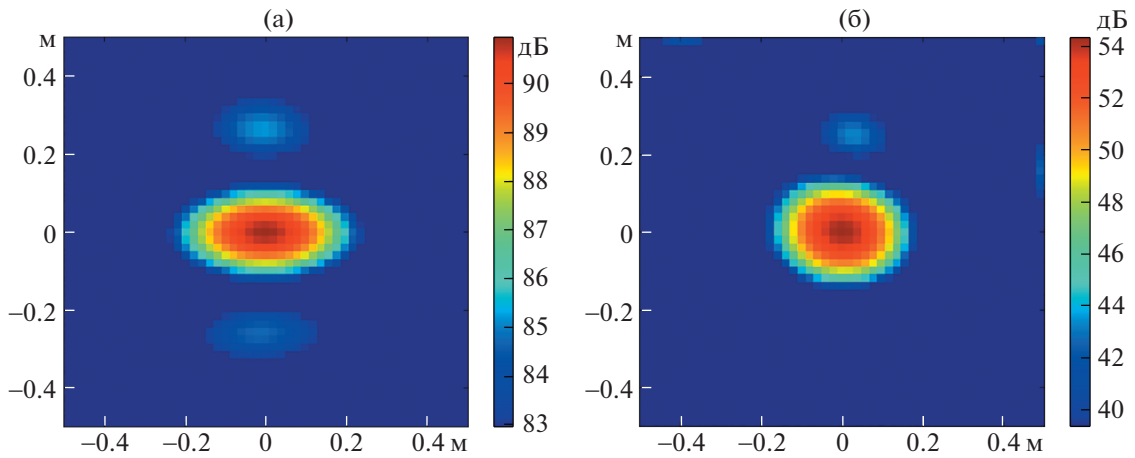


Рис. 5. у-дипольный источник, 1500 Гц, позиция (0 м, 0 м); а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 8 дБ, б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 18 дБ.

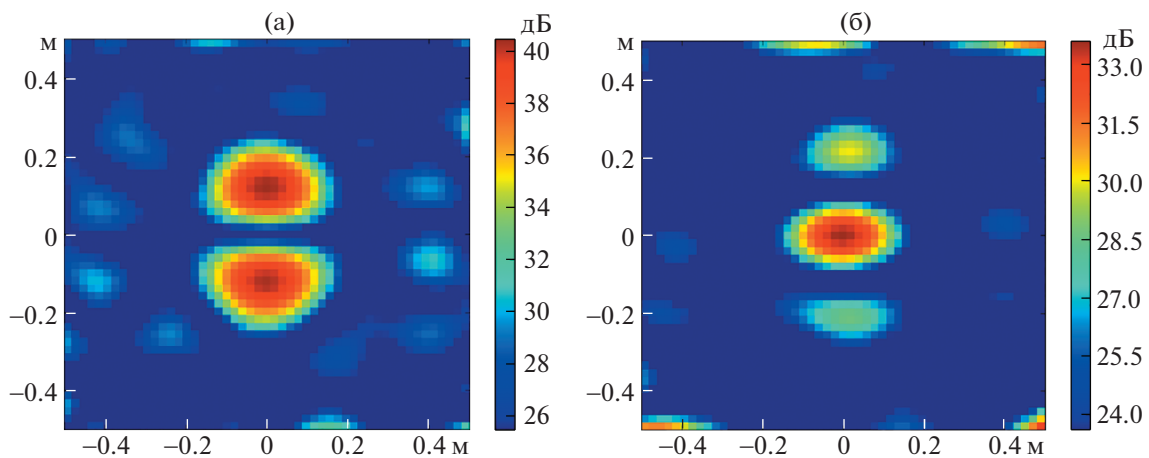


Рис. 6. у-дипольный источник, 1500 Гц, позиция (0 м, 0 м), одновременное распознавание монопольных и дипольных источников; а – поле амплитуд монопольных источников, динамический диапазон приведенного изображения 15 дБ, б – поле амплитуд у-дипольных источников, динамический диапазон приведенного изображения 10 дБ.

ли, расположенные в узлах пространственной сетки источников. Результаты определения поля амплитуд и, для сравнения, акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, представлены на рис. 5.

Исследована возможность одновременного распознавания монопольного и дипольного источников. Для этого каждому узлу пространственной сетки источников сопоставлялись сразу два источника – монополь и у-диполь. В данном случае для отображения поля амплитуд вывод был разделен на две части – поле амплитуд монопольных источников (рис. 6а), поле амплитуд у-диполей (рис. 6б).

На рис. 6 видно, что поле амплитуд монополей по абсолютной величине доминирует над полем амплитуд диполей, хотя в качестве входных дан-

ных были поданы сигналы именно от у-диполя. Если посмотреть на значения амплитуд монополей в двух максимумах рис. 6а:

$$a_1 = (-0.889 - i1.865)10^{-3},$$

$$|a_1| = 0.00207, \quad \varphi_1 = -115.5^\circ,$$

$$a_2 = (0.816 + i1.944)10^{-3},$$

$$|a_2| = 0.00211, \quad \varphi_2 = 67.2^\circ,$$

то по разности фаз $\varphi_2 - \varphi_1 = 182.7^\circ$ понятно, что алгоритм представил моделируемый диполь эквивалентным образом через пару противофазных монополей. То есть выбранный набор источников из монополей и у-диполей обладает избыточностью в данной постановке – интерпретационная модель источников не является адекватной.

Несмотря на то что разработанный метод демонстрирует значительно больший, по сравнению со стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон и может быть использован для источников любой структуры направленности, его применимость ограничивается только случаем коррелированных источников в рамках конкретной реализации. То есть при отсутствии избыточности набора источников в корреляционной постановке метод позволяет корректно находить амплитуды источников и при этом можно произвести осреднение по реализациям и вычис-

лить коррелятор амплитуд $\overline{a_k a_p^*}$. Но если же набор источников не является избыточным в постановке некоррелированных источников, но избыточен для коррелированных источников, то метод не будет применим для такой интерпретационной модели источников.

Исследование возможности обобщения данного метода для случая некоррелированных источников приводит к нелинейным системам уравнений для корреляторов и, таким образом, является более сложной задачей. По-видимому, в нелинейной постановке, для нахождения корреляторов амплитуд $\overline{a_k a_p^*}$ по входным данным $\overline{p_i p_j^*}$ данная задача сводится к методам нейронных сетей и может быть темой отдельного исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод определения поля амплитуд акустических источников по данным многомикрофонных измерений, основанный на генерировании линейного оператора, переводящего сигналы с микрофонной решетки в амплитуды источников. Метод программно реализован и верифицирован на тестовых примерах локализации отдельно монополюсных и дипольных источников. Показано, что рассчитанные поля амплитуд источников имеют существенно больший динамический диапазон в сравнении с акустическими картами, получаемыми стандартным алгоритмом бимформинг.

Разработанный метод может быть применен к любой полной по индуцируемым сигналам на микрофонной решетке системе источников произвольной структуры, но ограничен только случаями коррелированных источников. Обобщение метода генерации оператора для случая некоррелированных источников приводит к нелинейным системам и, по-видимому, сводится к задачам машинного обучения и нейронных сетей, такая постановка задачи может служить темой дальнейших исследований.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016).

Работа предполагает в части акустических измерений использование УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Billingsley J., Kinns R.* The acoustic telescope // Journal of Sound and Vibration. 1976. V. 48. P. 485–510.
2. *Michel U.* History of acoustic beamforming // 1st Berlin Beamforming Conference. 2006.
3. *Brooks T.F., Humphreys W.M., Jr.* A Deconvolution Approach for the Mapping of Acoustic Sources (DAMAS) Determined from Phases Microphone Arrays, 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Manchester, UK, May 10–12, 2004. AIAA-2004-2954.
4. *Brooks T.F., Humphreys W.M.* Extension of DAMAS Phased Array Processing for Spatial Coherence Determination (DAMAS-C) // 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Cambridge, MA, May 8–10, 2006.
5. *Sijtsma P.* Beamforming on moving sources // NLR Technical Report. 2006. NLR-TP-2006-733.
6. *Sijtsma P.* CLEAN based on spatial source coherence. AIAA Paper 2007-3436.
7. *Sijtsma P.* Acoustic array corrections for coherence loss due to the wind tunnel shear layer // 2nd Berlin Beamforming Conference. 2008. BeBeC-2008-15.
8. *Padois T., Robin O., Berry A.* 3D Source localization in a closed wind-tunnel using microphone arrays // In 19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. AIAA Paper 2013-2213. 2013.
9. *Бычков О.П., Демьянов М.А., Фараносов Г.А.* Локализация дипольных источников шума плоскими микрофонными решетками // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 675–687.
10. *Robert P. Dougherty, Jeff M. Mendoza.* Nacelle In-duct Beamforming using Modal Steering Vectors // AIAA 2008-2812. 2008.
11. *Porteous R., Prime Z., Valeau V., Doolan C., Moreau D.* Three-dimensional beamforming of aeroacoustic sources // Proc. Internoise. 2014. Melbourne, Australia, 2014.
12. *Porteous R., Prime Z., Doolan C., Moreau D., Valeau V.* Three-dimensional beamforming of dipolar aeroacoustic sources // J. of Sound and Vibration. 2015. V. 355. P. 117–134.
13. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically: I. General theory // Proc. Royal Soc. A. 1952. V. 211. № 1107. P. 564–581.
14. *Ribner H.S.* Aerodynamic noise from fluid dilations, a theory of the sound from jets and other flows // 1962. UTIAS Rep. no. 86. University of Toronto.
15. *Powell A.* Theory of Vortex Sound // The Journal of the Acoustical Society of America. 1964.

16. *Curle N.* The Influence of Solid Boundaries on Aerodynamic Sound // Proc. Royal Soc. A. 1955. V. 231. № 1187. P. 505–514.
17. *Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф.* Механизм излучения звука турбулентностью вблизи твердого тела // Известия РАН. МЖГ. 2008. № 1. С. 98–109.

LINEAR OPERATOR GENERATION METHOD IN THE INVERSE PROBLEM OF AEROACOUSTIC SOURCES IDENTIFICATION

M. A. Demyanov^a

^aMoscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia

The problem of finding the amplitudes of acoustic sources from the data of synchronous multi-microphone measurements of the acoustic field is considered. Method based on the construction of a linear operator that translates the Fourier transforms of signals from microphones into source amplitudes is proposed. The method was verified on test examples of the localization of monopole and dipole sources. The acoustic localization maps obtained by the developed method and the standard beamforming algorithm were compared. The possibilities of further development of the developed methodology are explored.

Keywords: phased antenna, beamforming, acoustic sources

УДК 534.2

ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СРЕДСТВ СНИЖЕНИЯ ВИБРАЦИЙ САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИХ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

© 2022 г. А. Я. Зверев^{1,*}, В. В. Черных¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

В реверберационных камерах и на натурном стенде проведены испытания по определению вибрационных характеристик типовой фюзеляжной панели регионального самолета, а также конструкций борта, закрылка и крыла реального самолета с различным вибродемпфирующим набором. В условиях акустического возбуждения модельной панели и реальных самолетных конструкций определена эффективность следующих средств снижения вибраций: изменение граничных условий и жесткости шпангоутов; облицовка конструкции односторонними вибродемпфирующими сэндвичами и листовыми вибропоглощающими материалами ВТП-1В, СКЛГ-6020М; применение имитаторов стрингеров и шпангоутов, в том числе в комплекте с двусторонними вибродемпфирующими сэндвичами. Показано, что, применяя комбинацию различных методов, можно добиться существенного снижения вибраций конструкции в широком диапазоне частот. На низких частотах эффективным средством является преобразование длинноволновых форм колебаний шпангоута в более коротковолновые. В области средних частот эффективно снижают вибрации конструкции односторонние сэндвичи, а также имитаторы стрингеров совместно с двусторонними сэндвичами. В области высоких частот наиболее эффективна облицовка конструкции листовыми вибропоглощающими покрытиями.

Ключевые слова: вибропоглощение, фюзеляжная конструкция

DOI: 10.31857/S2686740022050157

ВВЕДЕНИЕ

Проблема снижения шума в салоне самолета по-прежнему остается актуальной для авиационной акустики. Ее решение требует применения целого ряда разнообразных мер и не приходится рассчитывать, что какая-либо одна мера может решить эту задачу радикально. Можно выделить шесть основных методов, применение которых в совокупности позволяет успешно решить проблему: снижение шума в источнике, звукоизоляция, звукопоглощение, виброизоляция, вибропоглощение, настройка конструкции. При этом задача осложняется тем, что невозможно найти решение, которое подходило бы для самолета любого класса. Каждая машина представляет собой систему с характерными особенностями: различаются между собой обшивки, схемы подкрепле-

ния силовыми элементами, типы внешних и внутренних источников шума и вибраций, зоны их расположения. Это, в свою очередь, ведет к различию виброакустических характеристик конструкций и механизмов их возбуждения и излучения. Поэтому обоснованный выбор мероприятий по уменьшению шума в салоне может быть сделан только после проведения измерений и анализа причин, вызывающих повышенные уровни шума, или после акустического расчета самолета и его исследования в процессе создания. При проведении измерений следует стремиться к тому, чтобы условия возбуждения и распространения упругих колебаний в конструкции максимально совпадали с натурными, так как отличия в граничных условиях, в механизме распространения колебаний, а также обусловленного этими колебаниями излучения звука могут привести к большим погрешностям при оценке эффективности тех или иных мероприятий. Поэтому для более полной и всесторонней оценки эффективности различных мероприятий по снижению шума в салоне результаты, полученные при проведении исследований в лабораторных условиях, желатель-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: zverev@dubna.ru

но верифицировать результатами испытаний, проведенных непосредственно на самолете.

В данной работе рассмотрены два из вышеперечисленных методов контроля шума в салоне самолета — вибропоглощение и настройка конструкции. Оба метода направлены на ослабление вибраций конструкции и, как следствие, на снижение излучаемого в салон шума. Для определения эффективности рассматриваемых методов проведены виброакустические испытания в лабораторных условиях на натурной панели фюзеляжа регионального самолета с различными вибропоглощающими материалами и конструкциями при ее нагружении диффузным звуковым полем, имитирующим воздействие реактивной струи двигателя. Для верификации полученных результатов также проведены испытания с аналогичными материалами на натурном стенде в различных зонах бортовой конструкции фюзеляжа самолета, крыла и элементов его механизации.

С панелями, моделирующими бортовую конструкцию различных самолетов, ранее уже проводилось большое количество испытаний в реверберационных камерах [1, 2]. Более того, в отдельных работах лабораторные исследования дополнялись и верифицировались испытаниями, проведенными в натуральных условиях [3, 4]. Проведение дополнительных испытаний потребовалось в основном по двум причинам.

Во-первых, практически все предыдущие испытания проводились с целью снижения шума в салоне самолета. Поэтому основной задачей, которая решалась при проведении таких испытаний, была задача определения звукоизолирующей способности бортовой самолетной конструкции и нахождение методов и средств ее повышения. Все остальные задачи, в том числе определение вибрационных характеристик конструкции при различных видах ее облицовки, были вторичны и решались постольку, поскольку были связаны с решением основной задачи определения звукоизоляции. В отличие от предыдущих, целью настоящей работы являются определение вибраций конструкции и нахождение решений для их снижения. Несмотря на то что понятия “шум” и “вибрация” тесно связаны друг с другом, для решения чисто вибрационных задач требуется проведение отдельных испытаний, отличных от тех, что проводились при решении задачи снижения шума в салоне.

Во-вторых, все ранее проведенные испытания, в которых определялись вибрационные характеристики конструкции, были ограничены исследованием листовых вибропоглощающих покрытий. Особенностью таких покрытий является их высокая эффективность в области высоких частот. В области средних частот их эффективность снижается, а на низких частотах обли-

цовка конструкции таким покрытием зачастую приводит к повышению вибраций. При этом основные проблемы с вибрациями конструкций самолетов, как правило, ожидаются в области средних частот, в области максимальных нагрузок от реактивной струи двигателя. Поэтому в данной работе основное внимание уделено исследованию вибродемпфирующих конструкций, наиболее эффективных в области низких и средних частот. В области низких частот это конструкции, изменяющие упругие свойства силового набора за счет изменения граничных условий и жесткости шпангоутов. В области средних частот высокую эффективность показали конструкции с применением балочных демпферов. Суть балочных демпферов состоит в том, что на слой вибродемпфирующего материала наклеивается жесткий линейный стержень малой массы. Увеличение эффективности демпфирования происходит вследствие того, что деформации слоя по его толщине в этом случае существенно увеличиваются по сравнению со сдвиговыми деформациями, что приводит к значительному увеличению потерь энергии в слое [5, 6]. Такие конструкции с балочными демпферами были экспериментально исследованы в данной работе впервые, причем как в одностороннем варианте, так и в двустороннем варианте совместно с имитаторами шпангоутов и стрингеров.

МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЙ

Экспериментальные исследования по определению влияния различных вибропоглощающих материалов и средств изменения жесткости на вибрационные характеристики самолетных конструкций проводились в реверберационных камерах установки АК-11 и на стенде АС-14 ЦАГИ, подробное описание которых представлено в [3].

Лабораторные испытания. Реверберационные камеры объемом 210 и 220 м³ соединены проемом 1.5 × 1.5 м, в который устанавливается испытываемая панель. Исследования проводились на потолочной цилиндрической панели радиусом 1.73 м, моделирующей бортовую конструкцию регионального самолета. Панель подкреплена шестью стрингерами с шагом 210 мм и тремя шпангоутами с шагом 500 мм, толщина обшивки 1.4 мм. Возбуждение панели производилось со стороны камеры высокого уровня двумя звуковыми колонками в широкой полосе частот белым шумом. Уровни звукового давления в камерах контролировались двумя микрофонами — по одному в каждой камере. Измерения вибраций проводились одновременно восемью датчиками, расположенными с лицевой стороны панели. Один из датчиков был опорным — его местоположение не изменялось при проведении измерений. Семь датчиков были подвижные — устанавлива-

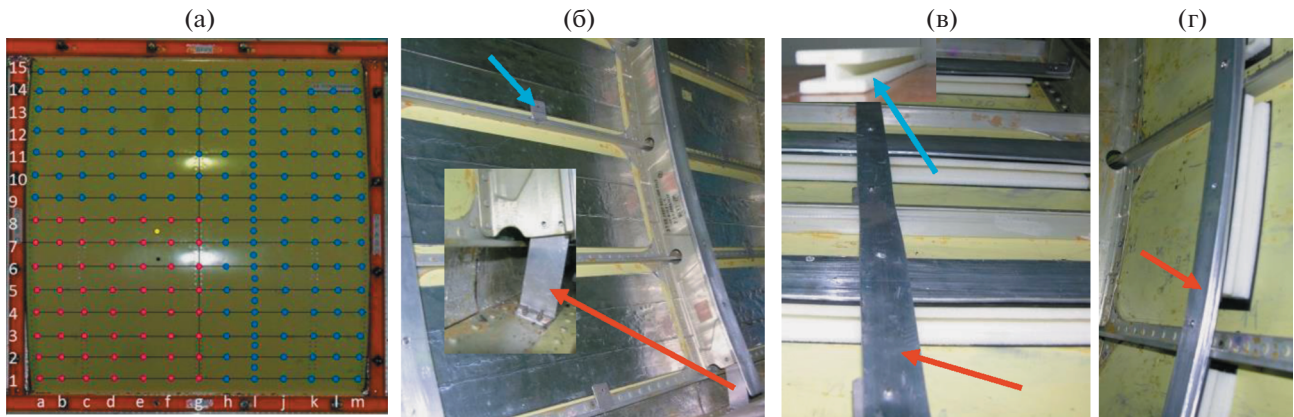


Рис. 1. Расположение точек измерения на панели (а); панель с облицованными шпациями и закрепленными концами шпангоутов увеличенной жесткости (б), имитаторы стрингеров с сэндвичами (в), имитаторы шпангоутов с сэндвичами (г).

лись в центр шпации либо вдоль стрингера и последовательно перемещались снизу вверх панели. Общая схема расположения точек измерения показана на рис. 1а. Здесь желтым цветом показано местоположение опорного датчика. Красным цветом показаны точки определения вибраций при всех исследованных вариантах облицовки панели. Общее количество таких точек $7 \times 8 = 56$. Так как при акустическом возбуждении поле колебаний панели достаточно однородно, этих точек вполне достаточно для достоверного определения среднего уровня вибраций панели. При некоторых вариантах облицовки панели были определены собственные частоты и формы ее колебаний. В этом случае использовалась расширенная сетка точек измерения. Измерения вибраций проводились по всей поверхности панели — по всей совокупности красных и синих точек, показанных на рис. 1а. Общее число этих точек 209.

Перед проведением испытаний панель была доработана для того, чтобы стало возможным изменять жесткостные характеристики ее силового набора. С этой целью на раму панели были установлены дюралевые уголки для прикрепления шпангоутов к раме (показан красной стрелкой на рис. 1б). Также для возможности изменения жесткости силового набора и установки дополнительных силовых элементов — имитаторов шпангоутов, на стрингеры были установлены дюралевые уголки, как это показано на рис. 1б голубой стрелкой. На эти уголки в качестве имитаторов шпангоутов в некоторых вариантах устанавливались дюралевые полосы толщиной 3 мм, шириной 25 и 38 мм, отмеченные на рис. 1в красной стрелкой. Эти же полосы использовались в некоторых вариантах для увеличения жесткости шпангоутов. Они посредством винтовых соединений крепились к верхней полке шпангоутов.

Кроме исследований влияния жесткостных характеристик на вибрационное поведение панели, изучено влияние материала СКЛГ-6020М. Определена эффективность частичной и полной облицовки шпаций панели этим материалом. При частичной облицовке в шпации наклеивалась одна полоска СКЛГ шириной 60 мм. При полной облицовке — три таких полоски, как это показано на рис. 1б. Поверхностная масса материала СКЛГ-6020М составляет $m = 1.25 \text{ кг/м}^2$.

Большое внимание в данной работе уделено исследованиям по оценке влияния на колебания панели сложных составных вибропоглощающих конструкций, не исследованных ранее. Основной составной частью таких конструкций являются легкие жесткие I-образные балочные демпферы на основе полимерного пеноматериала (показан голубой стрелкой на рис. 1в). Ширина верхнего и нижнего оснований профиля равняется 40 мм, высота — 25 мм. Погонная масса демпфера $m = 0.044 \text{ кг/м}$. Было исследовано несколько вариантов с применением таких демпферов. В первом случае демпфер наклеивался в шпациях панели поверх полосок вибропоглощающего материала ВТП-1В толщиной 1.5 мм. Поверхностная масса материала ВТП-1В составляет $m = 1.7 \text{ кг/м}^2$. Во втором случае поверх демпфера накладывалась еще одна полоска ВТП-1В и этот трехслойный сэндвич сверху плотно с прижатием накрывался дюралевой полосой, концы которой крепились к шпангоутам. Такую конструкцию можно трактовать как имитатор стрингера с двусторонним демпфирующим сэндвичем. Для более плотного прижатия вибропоглощающего материала к средней части I-демпфера была установлена узкая дюралевая полоса параллельно шпангоутам. В результате вся эта конструкция выглядела так, как показано на рис. 1в. Еще один вариант представлял собой имитатор шпангоута с демпфирующим

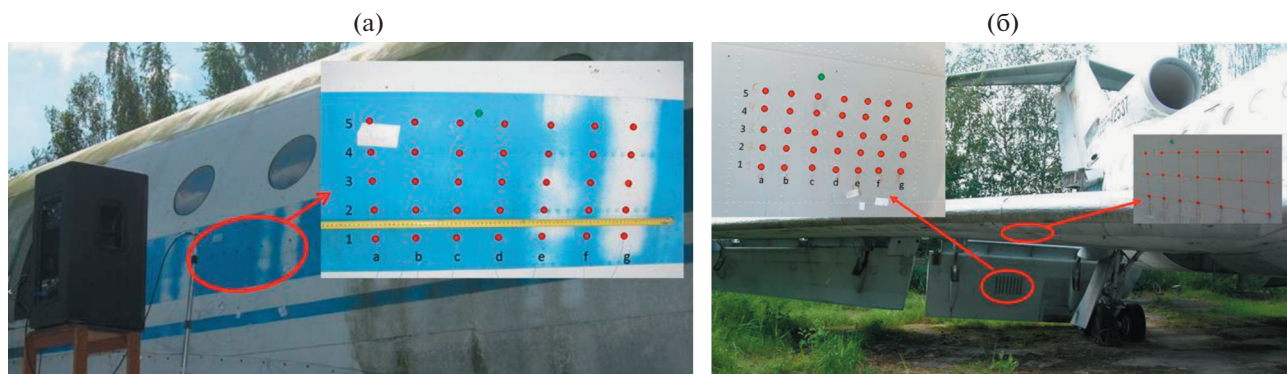


Рис. 2. Зоны измерений на фюзеляже самолета (а), на закрылке и на крыле (б).

сэндвичем. В этом случае демпфирующий трехслойный сэндвич располагался между обшивкой и имитатором шпангоута, как это показано на рис. 1г. Здесь имитатор шпангоута состоял из полосы шириной 38 мм, поверх которой была установлена узкая полоса шириной 25 мм.

В испытаниях использовались следующие средства измерения, вспомогательные устройства и программное обеспечение: 2 микрофона диффузного поля (тип V&K 4942); 8 акселерометров (PCB, тип 352B10); 2 источника звука (тип Yamaha DSR115) со встроенным усилителем сигнала; система сбора и анализа данных (тип V&K 3560C); программное обеспечение PULSE (тип V&K 7700-N10).

Возбуждение панели производилось в широкой полосе частот белым шумом при времени съема данных $T = 40$ с. Широкополосный анализ проводился в третьоктавных полосах частот в диапазоне 50–10000 Гц. По результатам этого анализа были определены средние уровни виброускорений панели при ее акустическом возбуждении и эффективность применения различных вариантов облицовки. Кроме того, в режиме реального времени проводился узкополосный анализ в диапазоне частот 0–800 Гц с шагом дискретизации $\Delta f = 1$ Гц. По результатам узкополосного анализа определялись формы колебаний панели на собственных частотах для лучшего понимания механизма влияния того или иного фактора на колебания панели.

Натурные испытания. Стенд АС-14 является реальным самолетом Як-42, стоящим на открытой площадке. Фюзеляж представляет собой цельнометаллическую клепано-клеесварную конструкцию. В средней части сечения фюзеляжа круглое, диаметром 3.8 м. Толщина обшивки в надкрыльевой зоне, где проводились измерения, составляет 1.8 мм.

Для проведения испытаний были выбраны три зоны, которые в условиях полета могут быть подвержены наибольшему воздействию акустиче-

ских нагрузок от силовой установки самолета. Первая зона – это бортовая конструкция фюзеляжа самолета; вторая зона – нижняя поверхность закрылка; третья зона – нижняя поверхность крыла. На рис. 2а, 2б исследуемые зоны обведены красными овальными линиями.

При проведении экспериментальных исследований на стенде АС-14 использовалась та же аппаратура, что и при экспериментах на АК-11. Единственное отличие заключалось в том, что вместо двух звуковых колонок использовалась одна, располагаемая вблизи облучаемой поверхности, как это показано для первой зоны на рис. 2а. Измерения вибраций конструкции проводились с помощью восьми вибродатчиков, установленных на поверхности, облучаемой звуком. Один из датчиков был опорным, а семь – подвижными. Схема расположения датчиков в каждой зоне также показана на рис. 2а и 2б.

При подготовке к проведению испытаний на фюзеляже были сняты панели интерьера и удалена штатная теплозвукоизоляция с трех пролетов между шпангоутами 46–49 со всех шпаций ниже багажной полки. Измерения проводились на шести шпациях, расположенных ниже окна. Зона измерений выделена на рис. 3а красным овалом. Семь датчиков устанавливались в центр шпации либо вдоль стрингера и последовательно перемещались снизу вверх от 1-го до 5-го сечения. На борту самолета было исследовано пять вариантов конструкции. Вариант 1 – конструкция без облицовки. Варианты 2 и 3 – в шпациях наклеена одна (рис. 3а) и две полосы СКЛГ. В варианте 4 I-демпфер наклеивался в шпациях поверх полосок вибропоглощающего материала ВТП-1В толщиной 1.5 мм, как это показано на рис. 3б. В варианте 5 вибропоглощающая конструкция состояла из имитатора шпангоута с демпфирующим сэндвичем, расположенным поперек шпаций. Сэндвич состоял из I-демпфера, окруженного с двух сторон материалом ВТП-1В толщиной 1.5 мм.

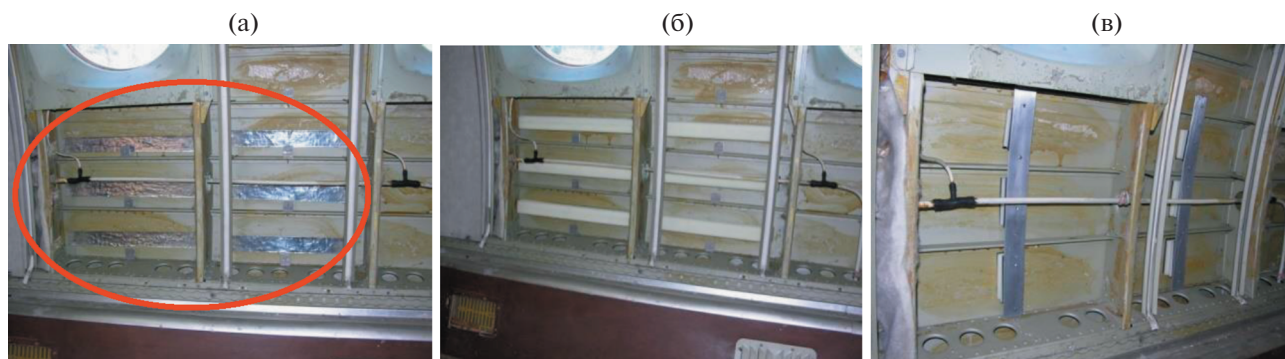


Рис. 3. Зона измерений на фюзеляже с облицованными шпациями (а); I-демпферы в шпациях (б); имитаторы шпангоутов с двусторонними сэндвичами (в).

В качестве имитатора шпангоута служила одна дюралевая полоса шириной 38 мм (рис. 3в).

На крыле и на закрылке были испытаны варианты облицовки конструкции с различным количеством полос из материала СКЛГ-6020М, ВТП-1В, а также с I-демпферами, наклеенными на полоски из ВТП-1В. Процедура измерений не отличалась от процедуры, примененной на стенде АК-11.

РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ

Анализ экспериментальных данных, полученных в результате проведения испытаний, проводился в третьоктавных и в узких полосах частот с тем, чтобы достаточно подробно изучить выявленные эффекты и лучше понять физические процессы, лежащие в их основе. Так как такой анализ выходит за рамки данной статьи, наиболее важные результаты представлены в октавных полосах частот для того, чтобы второстепенные детали не мешали увидеть обобщенную картину. Заметим, что измерения в октавных полосах частот не проводились. Октавные уровни были рассчитаны на основе измеренных третьоктавных уровней.

Всего в работе были исследованы следующие средства снижения вибраций конструкции:

- изменение граничных условий шпангоутов;
- изменение жесткости шпангоутов;
- применение имитаторов шпангоутов, в том числе в комплекте с двусторонними вибродемпфирующими сэндвичами;
- облицовка конструкции односторонними вибродемпфирующими сэндвичами;
- применение имитаторов стрингеров в комплекте с двусторонними вибродемпфирующими сэндвичами;
- облицовка конструкции материалом ВТП-1В и СКЛГ-6020М.

Все исследованные средства показали свою эффективность на различных конструкциях и в

разных частотных диапазонах. Всего исследовано 18 вариантов облицовки на тестовой панели регионального самолета и 15 вариантов облицовки на бортовой конструкции, закрылке и крыле самолета Як-42 (стенд АС-14). Сразу необходимо отметить, что, так как нижняя поверхность крыла является сильно задемпфированной, ее облицовка по любому варианту практически не влияет на уровни вибраций, т.е. для изначально нерезонансной конструкции не имеет смысла говорить об эффективности мероприятий, направленных на ее вибродемпфирование. Поэтому ниже обобщены наиболее интересные из результатов, полученных на панели, а также на бортовой конструкции и на закрылке стенда АС-14.

В области самых низких частот, где формы колебаний бортовой фюзеляжной конструкции самолета определяются, в основном, упругими характеристиками шпангоутов, эффективным методом снижения вибраций является настройка конструкции с целью повышения низших собственных частот ее колебаний и уменьшения длин упругих волн. На тестовой панели длина волны низшей формы колебаний может быть уменьшена закреплением концов шпангоутов. На рис. 4а сплошной красной линией показан эффект снижения вибраций панели при закреплении концов шпангоутов. Видно, что максимальная величина этого эффекта достигает 7 дБ в октавной полосе 63 Гц. На реальной фюзеляжной конструкции сложно уменьшить длину волны колебаний шпангоута пассивными методами. Здесь необходимо применение сложных активных систем или настройка динамических виброгасителей. Результат, представленный на рис. 4а, может лишь служить неким ориентиром при выполнении этих мероприятий.

Более реально, но также трудноосуществимо на практике, изменение жесткости шпангоутов. В данной работе не удалось получить положительного эффекта на панели с закрепленными шпангоутами за счет увеличения их жесткости до

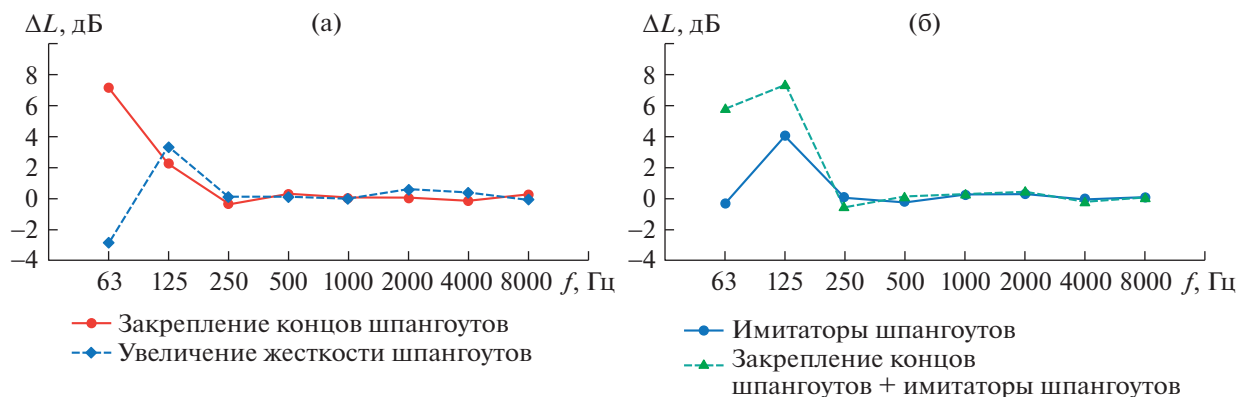


Рис. 4. Эффект снижения вибраций панели при закреплении концов шпангоутов и при увеличении жесткости шпангоутов (а); за счет имитаторов шпангоутов (б).

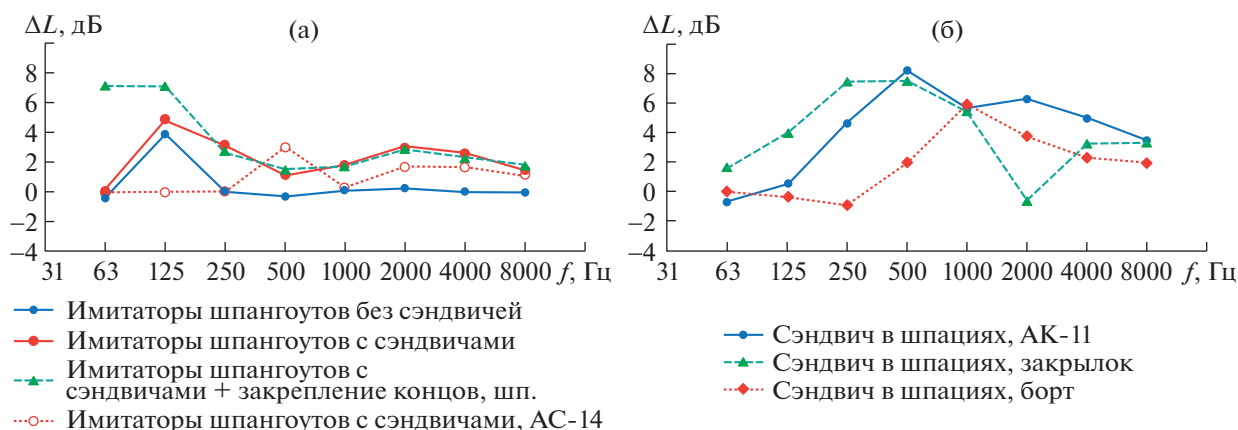


Рис. 5. Эффект снижения вибраций конструкции за счет имитаторов шпангоутов с двусторонним вибродемпфирующим сэндвичем (а); за счет односторонних сэндвичей в шпации (б).

5 раз. Эффект, полученный на панели со свободными концами шпангоутов, показан на рис. 4а синей пунктирной линией. Его величина изменяется от -3 дБ в полосе 63 Гц до $+3$ дБ в полосе 125 Гц, т.е. в среднем эффективность данного метода нулевая. Для получения положительного эффекта необходимо увеличить жесткость шпангоутов в большей степени в соответствии с результатами предварительных расчетов по настройке конструкции.

Альтернативой настройке шпангоутов является применение имитаторов шпангоутов. На рис. 4б сплошной синей линией представлен эффект уменьшения вибраций панели с закрепленными концами основных шпангоутов за счет применения имитаторов шпангоутов. Видно, что такое средство эффективно только в полосе 125 Гц, где величина эффекта достигает 4 дБ.

Совместный эффект закрепления концов шпангоутов и применения имитаторов шпангоутов показан на рис. 4б пунктирной зеленой лини-

ей. В этом случае максимальный эффект в полосе 125 Гц превышает 7 дБ, а в полосе 63 Гц достигает 6 дБ. Сравнивая рис. 4а и 4б, можно заметить, что сумма эффектов закрепления шпангоутов и применения имитаторов примерно соответствует суммарному измеренному эффекту. Это свидетельствует о том, что для оценки суммарного эффекта различных методов возможно применять простое сложение эффектов, полученных для каждого метода в отдельности.

Более высокую эффективность дает метод применения имитаторов шпангоутов совместно с двусторонним вибродемпфирующим сэндвичем. На рис. 5а показаны значения эффектов уменьшения вибраций панели за счет применения имитаторов шпангоутов без сэндвичей (синяя линия) и с сэндвичами (красная линия). Здесь же зеленой пунктирной линией приведены значения совместного эффекта имитаторов с сэндвичами с учетом закрепления концов шпангоутов.

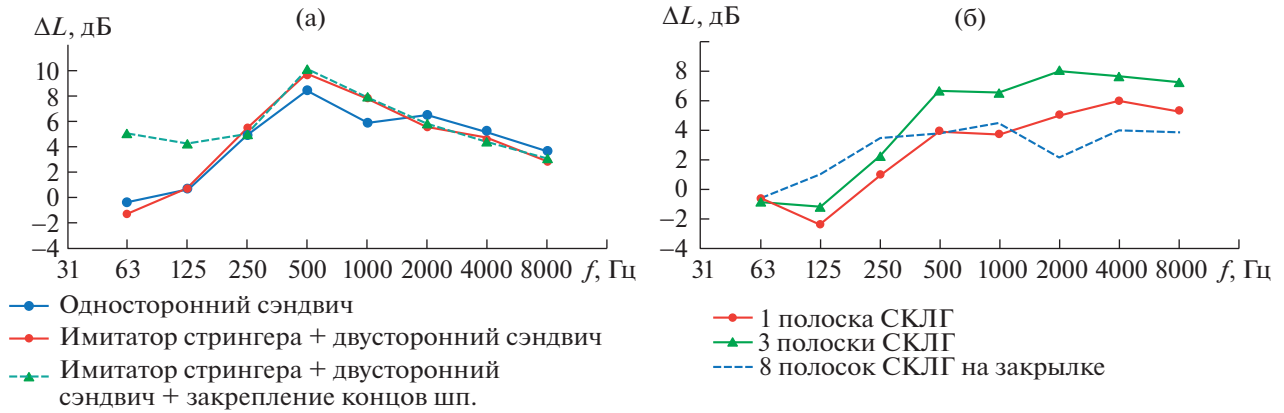


Рис. 6. Эффект снижения вибраций конструкции за счет имитаторов стрингеров с двусторонним вибродемпфирующим сэндвичем (а); за счет облицовки обшивки полосками СКЛГ-6020М (б).

Из рис. 5 видно, что применение сэндвичей расширяет частотную полосу, в которой эффективность имитаторов шпангоутов положительна, до всей частотной оси. Что наиболее существенно, эффективность в полосе 250 Гц увеличивается от 0 до 3 дБ. Дополнительное закрепление концов шпангоутов увеличивает эффект на 2 дБ в полосе 125 Гц и на 7 дБ в полосе 63 Гц, т.е. граничный эффект просто добавляется к эффекту имитаторов с сэндвичами.

Важно, что эффект влияния имитаторов шпангоутов с вибродемпфирующими сэндвичами сопоставимой величины проявляется и на бортовой конструкции реального самолета, пусть и в другой частотной полосе. На рис. 5а эффект, полученный на бортовой конструкции самолета, изображен точечной пунктирной линией.

В октавных полосах частот выше 125 Гц эффективным средством снижения вибраций являются вибродемпфирующие сэндвичи, наклеенные в шпациях панели. На рис. 5б сплошной синей линией показан эффект снижения вибраций панели за счет облицовки ее шпаций такими сэндвичами. Максимальный эффект наблюдается в полосе 500 Гц и его величина достигает 8 дБ.

Важно, что аналогичный эффект выявлен и на других исследованных конструкциях. Эффект, полученный на закрылке самолета, представлен на рис. 5б зеленой пунктирной линией. На частотах менее 1000 Гц он похож на эффект, полученный на панели. Эффект, полученный на борту самолета, показан точечным пунктиром. Его максимальная величина несколько меньше величины эффекта на панели и сдвинута по оси частот. Однако и этот эффект значительный и явно выражен.

Вибропоглощающий эффект сэндвичей может быть увеличен добавлением имитатора стрингера со слоем вибропоглощающего материала на вторую сторону демпфера. На рис. 6а красной линией показан эффект снижения вибраций панели за

счет применения имитаторов стрингеров с двусторонним вибродемпфирующим сэндвичем. Здесь же для сравнения синей линией показан эффект применения односторонних сэндвичей. Можно видеть, что применение имитаторов стрингеров со вторым слоем ВПМ приводит к снижению вибраций на 1–2 дБ в области частот 250–1000 Гц. Максимальный эффект снижения вибраций в данном варианте облицовки панели достигает 10 дБ в октавной полосе 500 Гц.

Зеленой пунктирной линией на рис. 6а показан эффект снижения вибраций панели за счет имитаторов стрингеров с сэндвичами с учетом закрепления концов шпангоутов. Из рис. 6а видно, что дополнительное закрепление шпангоутов приводит к снижению вибраций в полосах частот 63 и 125 Гц на 6 и 3 дБ соответственно, т.е., как и в случае с имитаторами шпангоутов, граничный эффект, изображенный на рис. 4а, просто добавляется к эффекту имитаторов стрингеров с сэндвичами.

В области частот выше 500 Гц эффективным средством снижения вибраций конструкции является облицовка шпаций вибропоглощающим материалом. На рис. 6б приведены эффекты снижения вибраций панели за счет облицовки ее шпаций одной (красная линия) и тремя (зеленая сплошная линия) полосками СКЛГ. При сплошной облицовке шпаций тремя полосками величина эффекта в области частот 500–8000 Гц составляет 7–8 дБ. При этом в области частот 63–125 Гц облицовка шпаций приводит к увеличению вибраций на 1–2 дБ.

На реальной самолетной конструкции эффект облицовки шпаций вибропоглощающим материалом сопоставим с результатами, полученными на тестовой панели. В качестве иллюстрации этого на рис. 6б синей пунктирной линией показаны эффекты облицовки закрылки восемью полосками СКЛГ в соответствии с рис. 2б. Из рис. 6б вид-

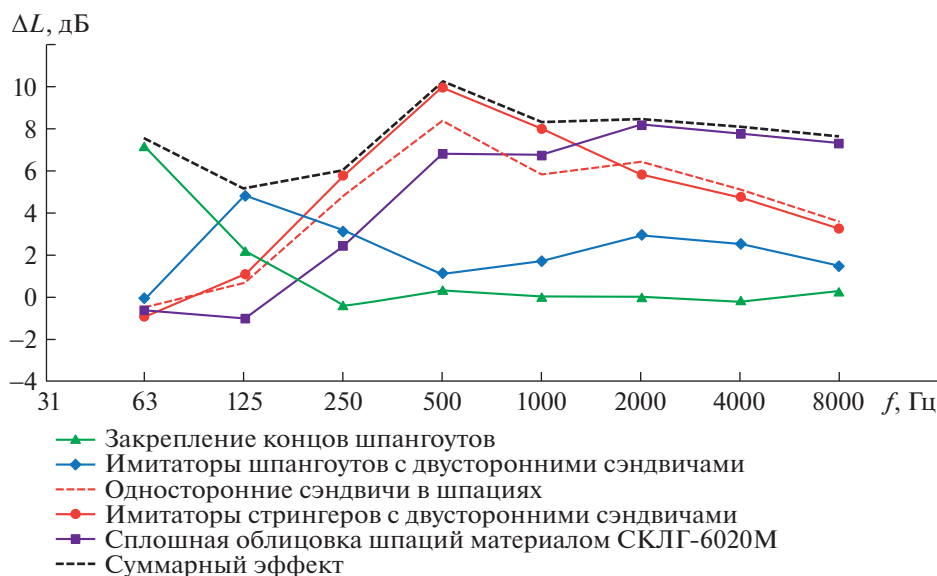


Рис. 7. Эффективность различных средств снижения вибраций панели.

но, что в данном случае эффективность облицовки конструкции полосками СКЛГ на высоких частотах составляет примерно 4 дБ. Заметим, что эффективность материала ВТП-1В сопоставима с эффективностью СКЛГ-6020М.

В качестве обобщения полученных результатов на рис. 7 приведены кривые эффективности различных средств снижения вибраций конструкции, рассмотренные в данной работе.

Из рис. 7 следует, что для эффективного снижения вибраций конструкции необходимо применять различные средства в разных частотных областях. В октавной полосе 63 Гц единственным средством снижения вибраций является уменьшение длины волны колебаний шпангоутов. На тестовой панели этого можно достичь путем фиксации свободных концов шпангоутов (зеленая линия). На реальном самолете для этого требуется применение сложных активных методов либо точная настройка конструкции.

В полосе частот 125 Гц наиболее эффективным методом является применение имитаторов шпангоутов со встроенными двусторонними вибродемпфирующими сэндвичами (синяя линия на рис. 7). Такой сэндвич состоит из I-демпфера, выполненного из легкого жесткого материала, с каждой стороны которого расположена полоска вибропоглощающего материала. Полоски ВПМ могут не приклеиваться к конструкции или к I-демпферу, но должно быть обеспечено их крепкое прижатие по всей площади имитатором шпангоута, иначе материал не будет работать.

В полосах частот 250–1000 Гц для эффективного снижения вибраций конструкции необходимо применять имитаторы стрингеров с двусто-

ронными сэндвичами (красная сплошная линия). Здесь также главным условием их эффективной работы является крепкое прижатие сэндвича к шпации имитатором стрингера. В качестве упрощенного варианта вместо двусторонней конструкции сэндвича с имитатором стрингера можно использовать наклейку в шпации одностороннего сэндвича (красная пунктирная линия). Это несколько снизит эффективность, но значительно упростит и облегчит конструкцию.

Для снижения вибраций конструкции в области частот 2–8 кГц лучше всего облицевать шпации вибропоглощающим материалом. Это может быть материал СКЛГ-6020М (фиолетовая линия), либо ВТП-1В. Эффективность облицовки конструкции этими материалами примерно одинакова. При этом следует учитывать, что при необходимости эффективность покрытия конструкции материалом ВТП-1В может быть увеличена в области средних частот путем наклеивания на него I-демпферов. Аналогичная операция с покрытием СКЛГ не приведет к увеличению его эффективности вследствие различной физической природы диссипации энергии в липковязком слое мастики (СКЛГ) и упругом слое полиуретана (ВТП-1В).

Выше было продемонстрировано, что различные методы снижения вибраций работают независимо друг от друга и для оценки суммарного эффекта нескольких методов возможно простое сложение отдельных эффектов. На рис. 7 черной пунктирной линией нанесена оцененная таким образом суммарная величина максимальных эффектов всех рассмотренных методов. Из рисунка следует, что применение имитаторов шпангоутов и

имитаторов стрингеров с вибродемпфирующими сэндвичами, а также облицовка шпаций вибропоглощающим материалом позволит снизить вибрации конструкции в области частот 250–8000 Гц на 5–10 дБ. Если на конструкции по каким-либо причинам сложно или нежелательно устанавливать имитаторы силовых элементов (например, на закрылке или на стабилизаторе), можно ограничиться ее облицовкой односторонним сэндвичем, состоящим из слоя вибропоглощающего материала ВТП-1В и жесткого легкого I-демпфера. Это обеспечит приемлемое вибродемпфирование в области средних и высоких частот.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зверев А.Я., Черных В.В.* Оценка эффективности вибропоглощающих покрытий с армирующим слоем при различных видах возбуждения подкрепленной панели // Труды ЦАГИ № 2769. 2018. С. 72–78.
2. *Зверев А.Я., Лесных Т.О., Паранин Г.В.* Исследование эффективности применения вибропоглощающего материала с армирующим слоем для повышения звукоизоляции элементов конструкции фюзеляжа // Ученые записки ЦАГИ. 2016. Т. 47. № 2. С. 82–91.
3. *Зверев А.Я., Черных В.В.* Определение акустической эффективности материалов и конструкций в лабораторных и натуральных условиях. Ч. 1. Звукопоглощение и звукоизоляция // Ученые записки ЦАГИ. 2018. Т. 49. № 8. С. 40–55.
4. *Зверев А.Я., Семенова Л.П.* Определение акустической эффективности материалов и конструкций в лабораторных и натуральных условиях. Ч. 2. Вибропоглощение // Ученые записки ЦАГИ. 2019. Т. 50. № 1. С. 43–56.
5. *Зверев А.Я.* Механизмы снижения шума в салоне самолета // Акуст. журн. 2016. № 4. С. 474–479.
6. *Rao M.D.* Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes // J. Sound Vibr. 2003. V. 262. № 3. P. 457.

INVESTIGATIONS OF PROMISING MEANS FOR REDUCING VIBRATIONS OF AIRCRAFT STRUCTURES DURING THEIR ACOUSTIC EXCITATION

A. Ya. Zverev^a and V. V. Chernyh^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

In reverberation chambers and on a full-scale stand, tests were carried out to determine the vibration characteristics of a typical fuselage panel of a regional aircraft, as well as the side, flap and wing structures of a real aircraft with various vibration damping sets. Under conditions of acoustic excitation of a model panel and real aircraft structures, the effectiveness of the following means of reducing vibrations was determined: changing the boundary conditions and stiffness of the frames; lining the structure with one-sided vibration-damping sandwiches and sheet vibration-absorbing materials VTP-1V, SKLG-6020M; the use of imitators of stringers and frames, including complete with double-sided vibration damping sandwiches. It is shown that, by applying a combination of different methods, it is possible to achieve a significant reduction in structural vibrations in a wide frequency range. At low frequencies, an effective tool is the conversion of long-waveforms of the frame oscillations into shorter-wave ones. In the region of medium frequencies, one-sided sandwiches, as well as stringer simulators together with double-sided sandwiches, effectively reduce vibrations of the structure. In the range of high frequencies, the most effective is the lining of the structure with sheet vibration-absorbing coatings.

Keywords: vibration absorption, fuselage structure